

Novembre 1975

**ORGANISATION EUROPÉENNE D'ÉTUDES
PHOTOGRAMMÉTRIQUES EXPÉRIMENTALES**

**EUROPEAN ORGANIZATION FOR EXPERIMENTAL
PHOTOGRAMMETRIC RESEARCH**



**PUBLICATION OFFICIELLE
OFFICIAL PUBLICATION**

N° 10

Novembre 1975

ORGANISATION EUROPÉENNE D'ÉTUDES
PHOTOGRAMMÉTRIQUES EXPÉRIMENTALES

EUROPEAN ORGANIZATION FOR EXPERIMENTAL
PHOTOGRAMMETRIC RESEARCH



PUBLICATION OFFICIELLE
OFFICIAL PUBLICATION

N° 10

La présente publication est la propriété exclusive de
l'Organisation Européenne d'Études Photogrammétriques Expérimentales

The present publication is the exclusive property of the
European Organization for Experimental Photogrammetric Research

Tous droits de traduction et de reproduction réservés à l'OEEPE.
Imprimé et publié par l'Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt a. M.

All rights of translation and reproduction are reserved on behalf of the OEEPE.
Printed and published by the Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt a. M.

Organisation Européenne d'Études Photogrammétriques Expérimentales

COMITÉ DIRECTEUR

(composé de Représentants des Gouvernements des Pays-Membres)

<i>Président:</i>	Prof. Dr. W. K. BACHMANN, Institut de Photogrammétrie, EPFL, Avenue de Cour 33, 1007 LAUSANNE.	Suisse
<i>Membres:</i>	Präsident Dipl.-Ing. F. EIDHERR, Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Friedrich-Schmidt-Platz 3, 1082 WIEN.	Autriche
	Hofrat Dr. techn. J. BERNHARD, Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Krotenthallergasse 3, 1080 WIEN.	
	Directeur Général Colonel VERBERCKT, Institut Géographique Milano , 13, Abbaye de la Cambre, BRUXELLES 15.	Belgique
	O. BRANDE-LAVRIDSEN, Fotogrammetrisk Laboratorium. Kgl. Veterinaer-og Landbohyskole Bülowsvej 13, 1870 COPENHAGEN V.	Danemark
	J. KRUEGER, Matrikeldirectoratet Afdelingen for Landmåling Tedansgade 13, 2200 COPENHAGEN N.	
	Ing. S. HAERMAELAE, National Board of Survey Maanmittaushallitus Kirkkokatu 3, 00170 HELSINKI.	Finlande
	Prof. Dr. L. SOLAINI, Istituto di Geodesia — Politecnico, Piazza Leonardo da Vinci 32, 20133 MILANO.	Italie
	Prof. Dr. C. TROMBETTI, Istituto di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria, Via Filippo Buonarroti 1, 56100 PISA.	

Director E. O. DAHLE,
Norges Geografiske Oppmåling,
P. O. Box 8153, Oslo Dep., OSLO 1.

Norvège

Ing. P. VOLD,
Norges Geografiske Oppmåling,
P. O. Box 8153, Oslo Dep., OSLO 1.

Direktor Prof. Ir. A. J. VAN DER WEELE,
International Institute for Aerial Survey and Earth Sciences (ITC),
144 Boulevard 1945, P. O. Box 6, ENSCHEDE.

Pays-Bas

Direktor Ir. M. J. TE NUYL,
Centrale directie van het Kadaster en de Openbare Registers,
Waltersingel 1, APELDOORN.

Direktor Prof. Dr.-Ing. R. FÖRSTNER,
Institut für Angewandte Geodäsie,
Richard-Strauß-Allee 11, 6 FRANKFURT A. M. 70.

République fédérale
d'Allemagne

Prof. Dr.-Ing. F. ACKERMANN,
Institut für Photogrammetrie der Universität,
Keplerstr. 11, 7 STUTTGART 1.

Direktor R. SCHOLL,
Schweizerische Schule für Photogrammetrie-Operateure,
Rosenbergstraße 16, 9000 St. GALLEN.

Suisse

BUREAU EXÉCUTIF

Ir. J. VISSER, *Secrétaire Général*,
International Institute for Aerial Survey and Earth Sciences (ITC),
144 Boulevard 1945, P. O. Box 6, ENSCHEDE (Pays-Bas).

Prof. Dr. H. G. JERIE,
International Institute for Aerial Survey and Earth Sciences (ITC),
144 Boulevard 1945, P. O. Box 6, ENSCHEDE (Pays-Bas).

Ir. R. VERLAINE, *Secrétaire Général d'Honneur*,
36, Avenue E. Digneffe, LIEGE (Belgique).

COMMISSIONS SCIENTIFIQUES

Commission A/B — *Aérottriangulation*

Président: Prof. Dr. P. WISER,
Laboratoire de Photogrammétrie de l'Université,
6, Quai Banning, 4000 LIEGE (Belgique).

Commission C — *Restitution aux grandes échelles*

Président: Direktor Prof. Dr.-Ing. R. FÖRSTNER,
Institut für Angewandte Geodäsie,
Richard-Strauß-Allee 11, 6 FRANKFURT a. M. 70
(République fédérale d'Allemagne).

Commission D — *Photogrammétrie et Cartographie*

Président: Prof. Dr.-Ing. W. BECK,
Grubenäcker 91, 7 STUTTGART 31
(République fédérale d'Allemagne).

Commission E — *Interprétation*

Président: Hofrat Dr. techn. J. BERNHARD,
Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen,
Krotenthallergasse 3, 1080 WIEN (Autriche).

Commission F — *Problèmes fondamentaux de la Photogrammétrie*

Président: Direktor Prof. Ir. A. J. VAN DER WEELE,
International Institute for Aerial Survey and Earth Sciences (ITC),
144 Boulevard 1945, P. O. Box 6, ENSCHEDE (Pays-Bas).

Résultats complémentaires de l'essai d' «Oberriet»
de la Commission C de l'OEEPE

Further Results of the Photogrammetric Tests of "Oberriet"
of the Commission C of the OEEPE

Table des matières — Contents

	page
Préface (<i>R. Förstner</i>)	11
Preface (<i>R. Förstner</i>)	13
<i>H. Härry</i> : Mesure de points de terrain non signalisés dans le champ d'essai d'«Oberriet»	15
<i>H. Härry</i> : Measurements of Non-Signalized Points in the Test Field "Oberriet" (Abstract)	23
<i>A. Stickler</i> et <i>P. Waldhäusl</i> : Restitution graphique des points et des lignes non signalisés et leur comparaison avec des résultats de mesures sur le terrain dans le champ d'essai d'«Oberriet»	27
<i>A. Stickler</i> and <i>P. Waldhäusl</i> : Graphical Plotting of Non-Signalized Points and Lines, and Comparison with Terrestrial Surveys in the Test Field "Oberriet"	41
<i>R. Förstner</i> : Résultats complémentaires des transformations de coordonnées de l'essai d'«Oberriet» de la Commission C de l'OEEPE	47
<i>R. Förstner</i> : Further Results from Co-ordinate Transformations of the Test "Oberriet" of Commission C of the OEEPE	85
<i>K. Schürer</i> : Comparaison des distances d'«Oberriet»	99
<i>K. Schürer</i> : Comparison of Distances of "Oberriet" (Abstract)	149

Après la page 158:

Liste des publications de l'OEEPE

Préface

Il est incontesté que la publication présente aurait dû paraître, il y a une dizaine d'années déjà. Pour ses premières recherches l'OEEPE utilisait quelques stéréogrammes du champ d'essai d'Oberriet. Déterminer les précisions planimétrique et altimétrique de points signalisés, c'était le but principal du programme. La restitution de quelques limites et d'un nombre de points non signalisés sur ces limites s'ajoutait.

La comparaison des coordonnées, mesurées par voie photogrammétrique, des points signalisés avec les coordonnées déterminées par voie terrestre était terminée par le travail de *Gotthardt* intitulé «Rapport sur les premiers résultats de l'essai d'Oberriet» de la Commission C de l'OEEPE, Photogrammetria XV, 1958–1959, no. 3. Un premier rapport de *Härry* intitulé «Messungen an nicht signalisierten Geländepunkten» n'était pas publié en ce temps-là, parce que nous avions l'intention d'utiliser encore d'autres observations. On préparait des levés cartographiques d'une partie des points signalisés et non signalisés ainsi que des lignes topographiques. Un rapport partiel de *Stickler* et *Waldhäusl* concernant ces restitutions des points et lignes non signalisés existait déjà, mais dans ce cas on se proposait aussi de continuer les recherches.

Au dehors de la comparaison des coordonnées mentionnée ci-dessus, on envisageait en outre de déterminer des erreurs planimétriques relatives sous forme d'erreurs de distance. A cette fin on disposait non seulement de longueurs de distances dérivées de coordonnées photogrammétriques, mais aussi de longueurs prises des levés photogrammétriques. Souvent les centres de restitution ne mesuraient pas tous les points, c'est pourquoi le matériel des observations n'était pas tout à fait homogène. Pour cette raison l'ITC transformait les stéréogrammes encore une fois non seulement de manière linéaire conforme, mais aussi de manière affine. A cette fin on choisissait pour chaque vol les points que tous les centres de restitution avaient mesurés. Ensuite on dressait de nouvelles listes de distances pour une autre comparaison des distances.

Voilà l'état d'avancement des travaux comme il se présentait, il y a 10 ans. Ce n'était pas pour la première fois que l'on avait dû faire l'expérience qu'il est plus facile et plus court d'exécuter un grand nombre de mesures que de les analyser, plus tard, et d'interpréter les résultats suivants. Encore au mois de mai 1965, le Comité Directeur était de l'avis que les travaux concernant le champ d'essai de Reichenbach devraient avoir la priorité sur les travaux finals d'Oberriet. Bien que pas tout à fait interrompus, ces travaux ne se poursuivaient que très lentement. Vers la fin de 1965, *Härry* ainsi que *Stickler* et *Waldhäusl* terminaient leurs recherches. Au milieu de 1966, l'ITC présentait les résultats provisoires des nouvelles transformations, mais leur analyse manquait encore. Le rapport officiel sur l'essai de Reichenbach parut en décembre 1968 (cf. Publication Officielle no. 4, 1968). Le rapport sur l'installation du champ d'essai de Reichenbach étant présent vers la fin de 1969 (cf. Publication spéciale no. D-7 de l'OEEPE, 1972), l'IfAG reprit les travaux sur la comparaison des distances. Après tout, il s'agit de plus de 50 000 différences de distances obtenues par les mesures de 120 modèles environ. En même temps l'ITC eut la possibilité de continuer les études sur les transformations affines. Le rapport sur ces transformations fut transmis aux membres de la Commission C en septembre 1971 pour demander leur

avis. Mais presque deux ans s'écoulèrent encore, dus à de divers remaniements et d'autres travaux, jusqu'au moment où le rapport sur la comparaison des distances fut terminé. Après que les membres de la Commission C et les centres de restitution intéressés ainsi que le Comité Directeur ont approuvé la publication, tous les 4 travaux sont présentés maintenant.

Permettez-moi de profiter de cette occasion pour remercier de la coopération inlassable non seulement les auteurs mais également les assistants nombreux qui ont fidèlement accompli leurs devoirs pendant de longues années tout en restant dans l'ombre et ne devant pas perdre patience. Etant convaincu que les préparations, les mesures et les calculs étendus et coûteux n'étaient pas faits en vain, je n'ai pas plaint ma peine de terminer l'essai. Certainement les résultats sont utiles encore aujourd'hui, non seulement en ce qui concerne le contenu purement technique, mais aussi les expériences acquises pendant la préparation et l'organisation des travaux étendus de recherche faits soit dans un seul institut soit sur une commune base internationale.

Rudolf Förstner
Président de la Commission C

Preface

It cannot be denied that this publication should have been published already about ten years ago. The OEEPE used for its first tests some stereograms of the field of "Oberriet". The main purpose of this program was the determination of the planimetric and altimetric accuracy of signalized points. In addition, some borderlines and a number of non-signalized points on these lines were restituted.

The comparison of the photogrammetrically measured co-ordinates of the signalized points with the terrestrially determined co-ordinates was concluded by the publication of *Gotthardt* "Report on the First Results of the Photogrammetric Test performed near "Oberriet" by Commission C of the OEEPE" in "Photogrammetria XV, 1958-1959, No. 3". A first report of *Härry* on "Messungen an nicht signalisierten Geländepunkten" had not been published at that time because we intended to use still additional observations. A part of the signalized and of the non-signalized points as well as the topographic lines were plotted. On these restitutions of non-signalized points and lines, a partial report of *Stickler* and *Waldhäusl* was available, but in this case also additional tests had been planned.

Beside the comparison of co-ordinates mentioned above, additionally, the relative planimetric error should be determined in form of distance errors. For this purpose, distance lengths were available which were derived from photogrammetric co-ordinates as well as lengths which were taken from photogrammetric plottings. Frequently, not all the points were measured by the restitution centers. For this reason, the observation material was not completely homogeneous. Therefore the ITC transformed again the stereograms linear conform as well as affine. In this case, for each flight, those points were selected which had been measured by all restitution centers. Subsequently, new lists of distances were established for an additional comparison of distances.

As described above, this was the state of work ten years ago. Experience had proved once again that it is easier and quicker to execute a large number of measurements than to perform, later, the analysis and interpretation of the results. Still in May 1965, the Steering Committee was of the opinion that the works of the test field "Reichenbach" should be given priority to the final works for "Oberriet". The last ones were not completely suspended, but their progress was extremely slow. At the end of 1965, the tests of *Härry* as well as of *Stickler* and *Waldhäusl* were concluded. In the middle of 1966, the ITC presented the preliminary results of the new transformations, however, the analysis was still incomplete. In December 1968, the first official report on the test "Reichenbach" was published (see Official Publication No. 4, 1968). At the end of 1969, as the report on the installation of the test field Reichenbach was available (see Special Publication No. D-7 of the OEEPE, 1972), the IfAG resumed the work on the comparison of distances. Nevertheless, it is a matter of more than 50 000 differences of distances obtained from measurements of about 120 models. At the same time, the ITC was able to continue the tests on affine transformations. The report on these transformations was sent to the members of Commission C for comments in September 1971. However, due to several modifications and other works, the report on the comparison of distances could

not be concluded until nearly two years later. As the members of Commission C and of the participating centers of restitution as well as the Steering Committee have agreed to the publication, now all four contributions are presented.

On this occasion, I want to thank not only the authors for their untiring collaboration but also the many assistants who, for many years, were not allowed to lose their patience and truly did their duty in the background. Being convinced that the extensive and time-consuming preliminary works, measurements, and computations have not been done in vain, I spared neither pains nor work to conclude the test. I am sure the results are still today of benefit not only with regard to their mere technical information but also concerning experiences gained with the preparation and organization of extensive research work, be it in a particular institute or on a common international base.

Rudolf Förstner
President of the Commission C

Mesure de points de terrain non signalisés dans le champ d'essai d'«Oberriet»

Par Hans Härry, Berne

Introduction

La recherche présente fait partie du programme d'essai que la Commission C de l'OEEPE a exécuté dans le cadre du champ d'essai d'«Oberriet» (vallée du Rhin, Suisse). En ce qui concerne l'installation du champ d'essai, le programme général, les vols exécutés, la restitution des clichés concernant les points du terrain signalisés artificiellement et les résultats de la restitution, voir les différentes publications de l'OEEPE — [1], [2], [3], [4],

[5], [6], [7] — et de la Commission IV de la «Société Internationale de Photogrammétrie» [8]. L'observation des points de terrain non signalisés doit fournir une mesure pour l'incertitude de la définition et de la détermination par la mesure des points de terrain qui n'étaient pas signalisés avant le vol, et informer sur le rapport de l'inexactitude d'identification terrestre et photogrammétrique de tels objets. La Commission C a supposé dès le début, qu'il ne s'agit pas, pour la mesure photogrammétrique des parcelles basée sur les limites des parcelles naturelles, de déterminer la précision de la photogrammétrie; la précision de la mesure photogrammétrique est plus grande que l'incertitude de la visibilité et du pointé des points de limite comme ils apparaissent dans la nature. Ce préjugé a été confirmé par l'essai.

Type des points de terrain

Les points choisis pour la mensuration doivent être séparés en deux groupes selon leur visibilité:

Groupe B: Objets de construction, faites, coins d'édifices et de toits, entrées de fosses et de puits, pylônes, etc., quantité: 25.

Groupe P: Coins de parcelles, visibles pour la plupart à l'aide des différences de végétation le long des limites des parcelles, quelques fois aussi à l'aide de petites fosses ou de talus, quantité: 59.

Valeurs vraies ou les plus probables pour la comparaison des mesures

Pour pouvoir comparer les valeurs vraies ou les plus probables avec les mensurations photogrammétriques des points, tous les points ont été mesurés à l'aide d'un théodolite par procédé des intersections ou au moyen de coordonnées polaires. Les points de raccordement ont été donnés par un réseau dense des points de triangulation, de polygone et de limite; ils ont été repérés par des bornes dont les coordonnées et altitudes avaient été

déterminées par méthodes terrestres pour l'étude des points de terrain signalisés. Les mesures excédentaires ont permis de déterminer l'exactitude intérieure de ces mesures de base. La moyenne arithmétique de l'erreur de position est de ± 5 mm pour les points de raccordement (intersections) et de ± 20 mm pour les points non signalisés (intersections et mesures par la méthode des coordonnées polaires sur jalons-mires placés sur les points naturels).

Du fait que les points non signalisés n'ont pas été désignés comme tels dans le champ par des piquets ou des marques de couleur, mais n'étaient que marqués par un point à l'encre rouge sur un agrandissement de la prise de vue et que par cela les incertitudes de la définition des points naturels, quant à l'emplacement des jalons et des lattes pour la mesure des distances, jouent un rôle, on ne peut pas considérer les valeurs de coordonnées, obtenues par une mensuration terrestre, malgré la bonne précision de mesure intérieure, comme des valeurs vraies pour établir des comparaisons. Les coordonnées ne sont pas seulement influencées par des erreurs moyennes planimétriques de ± 20 mm provenant de la mesure terrestre, mais aussi par l'erreur d'identification, commise par les opérateurs sur le terrain dans le choix des points à l'aide de tous les indices caractéristiques (marquage du point dans la prise de vue, cours de limite sur le terrain, formes arrondies des objets de construction etc.). Afin d'obtenir une idée sur l'ordre de grandeur des erreurs d'identification, le levé par mensuration terrestre des points non signalisés a été répété par un deuxième groupe de terrain, ceci après une période d'un mois. Le deuxième groupe a utilisé les mêmes documents que le premier groupe (prise de vue agrandie avec marquage des points). Il obtenait la même précision de mesure intérieure (erreur moyenne de la mensuration planimétrique de ± 20 mm) en utilisant les mêmes points de rattachement et les mêmes moyens et méthodes de mensuration.

A l'aide des deux observations terrestres indépendantes, les différences entre les coordonnées planimétriques de chaque point ont été déterminées. Comme supposé, ces différences planimétriques étaient de plusieurs fois plus grandes que la précision intérieure de la mensuration de ± 20 mm. Ces différences peuvent être considérées, tout en négligeant la précision intérieure de mesure, comme grandeurs des erreurs d'identification commises par les groupes de terrain. En utilisant les formules suivantes:

$$d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}, \quad m = \pm \frac{d}{\sqrt{2}}, \quad M = \pm \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{n}$$

on a déterminé la précision moyenne d'identification des points non signalisés dans le terrain

pour le groupe B (objets de construction)	$M = \pm 0,13$ m
pour le groupe P (coins des parcelles)	$M = \pm 0,65$ m.

Le résultat pour le groupe P est remarquable. Le géomètre s'imaginer volontiers de placer les points de limite sur le terrain à l'aide des indices caractéristiques avec une exactitude de quelques centimètres. Cette imagination doit être corrigée; les points de limite dans le terrain ne sont définis exactement à quelques centimètres qu'au moment où un piquet ou un autre repère a été posé, mais que les piquets sont placés avec une incertitude planimétrique s'élevant à un demi mètre, à défaut d'une définition nette des points de terrain.

Pour la comparaison des mensurations photogrammétriques, le levé terrestre des points de terrain non signalisés ne fournissait pas des valeurs vraies, mais seulement des valeurs probables comme moyenne, obtenue de deux levés exécutés séparément par les deux groupes de terrain selon la formule:

$$x_w = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_w = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

La mensuration photogrammétrique

Les points de terrain non signalisés ont été mesurés par les centres de restitution:

Eidgenössische Technische Hochschule à Zürich	(Z)
Technische Hochschule à Stuttgart	(S)
Institut für Angewandte Geodäsie à Frankfurt a. M.	(F)

dans les mêmes modèles photogrammétriques qui ont été utilisés aussi pour la mensuration des points signalisés. Les coordonnées-machine étaient déterminées pour chaque pointage du point dans le Stéréoautographe Wild A7 (Z) ou dans le Stéréoplanigraphe C8 (S et F), en utilisant pour le pointage du point, comme moyen d'identification, la même prise de vue agrandie avec les marquages des points, que les deux groupes de terrain ont utilisés à l'occasion du levé terrestre. Les coordonnées-machine ont été transformées en coordonnées nationales selon le même procédé de calcul que celui, utilisé pour les points signalisés à l'aide d'une transformation conforme. La transformation a été exécutée par le centre de calcul du «Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen» à Vienne (IBM calculateur avec cartes perforées). L'administration centrale du cadastre belge à Bruxelles s'est chargée de la comparaison des valeurs des coordonnées photogrammétriques obtenues par voie susmentionnée avec les valeurs des coordonnées les plus probables obtenues par les deux mensurations terrestres, ainsi que la réunion des résultats des mesures selon des critères photogrammétriques — chambre de prises de vues, plaques, film, échelle-image, appareils de restitution, base intérieure ou extérieure, position des points à l'intérieur ou à l'extérieur du polygone des points de contrôle, etc. Par le fait d'une telle répartition des résultats, les groupes étaient représentés par des quantités trop petites et, que d'autre part les critères photogrammétriques pour la répartition n'ont pas produit d'effets sur la grandeur des différences de comparaison — il s'agit ici vraiment d'erreurs d'identification et non d'erreurs de mensuration — une simplification dans la répartition du groupement était ainsi indiquée. Finalement, l'auteur de cet article, connaissant bien le

choisis et le problème de cet essai parti-
du calcul des erreurs.

ontre que, de tous critères photogram-
accé l'erreur d'identification, les autres
areil de restitution, position des points
nent, etc., n'ayant aucun effet. Cepen-
on) montrent évidemment des différen-
pe P (coins des parcelles visibles seule-
qu'il est opportun de traiter séparément
rt les points moins reconnaissables du
des mensurations des points montrant
ordonnées théoriques. Il n'y a aucun
identification de 1 à 2 mètres de points
grandes donnaient cet ordre de grandeur
erreurs choisie arbitrairement. Pour la
ils deux groupes ont été choisis:

1/4 700 à 1/6 000,

1/8 600 à 1/10 000.

s-image ne correspondrait ni au matériel
erreurs d'identification.

riques et les valeurs les plus probables
natiques en grandeur, d'une part dans la
n y (Δy). Ainsi la différence moyenne

$$\pm \sqrt{\sum (\Delta y)^2}$$

Centre de restitution	échelles-image grandes 1/4 700 à 1/6 000		échelles-image plus petites 1/8 600 à 1/10 000	
	groupe G		groupe K	
	n	m_c	n	m_c
Z. Zürich	30	$\pm 0,166$ m	45	$\pm 0,232$ m
S. Stuttgart	22	$\pm 0,344$ m	27	$\pm 0,249$ m
F. Frankfurt	45	$\pm 0,236$ m	42	$\pm 0,227$ m
moyenne	97	$\pm 0,248$ m	114	$\pm 0,235$ m

Les résultats de Z montrent des erreurs d'identification plus petites pour échelles-image grandes, tandis que les résultats de S et F ont les mêmes ou légèrement plus grandes erreurs d'identification pour les échelles-images grandes. Probablement, l'expérience quant à la restitution par des opérateurs différents contribue à ce résultat inattendu. Pratiquement, on peut conclure de ces résultats, que faites, coins d'édifices et de toits, entrées de fosses et de puits, pylônes, etc. sont identifiés et mesurés par photogrammétrie avec une précision moyenne planimétrique s'élevant à ± 24 cm en appliquant une échelle-image entre 1/5 000 et 1/10 000. Du fait que, à l'aide des mêmes modèles photogramétriques et par les mêmes procédés, les bornes de limite signalisées ont été mesurées simultanément et qu'on a pu déterminer une erreur moyenne planimétrique de ± 8 cm, on doit constater un recouvrement de la précision de la mensuration photogramétrique par l'incertitude de l'identification. L'inexactitude de l'identification des constructions agricoles joue un rôle pour l'observation terrestre également, mais dans une mesure plus petite que pour la mensuration photogramétrique. Notre essai nous en fournit l'ordre de grandeur suivant:

B. Objets de construction

Levé terrestre:

Précision de mensuration

± 2 cm

(erreur moyenne planimétrique)

champ d'essai, le type des points non signalisés choisis et le problème de cet essai particulier, s'est chargé de la répartition des résultats et du calcul des erreurs.

Un premier coup d'oeil sur les séries d'erreurs montre que, de tous critères photogramétriques, seul celui de l'échelle-image a influencé l'erreur d'identification, les autres comme p. ex. type de chambre, support-cliché, appareil de restitution, position des points de comparaison par rapport au polygone d'ajustement, etc., n'ayant aucun effet. Cependant, les points du groupe B (objets de construction) montrent évidemment des différences de comparaison plus petites que celles du groupe P (coins des parcelles visibles seulement par les différences de végétation), de sorte qu'il est opportun de traiter séparément les points mieux définis du groupe B et d'autre part les points moins reconnaissables du groupe P. En outre, on a renoncé à l'élimination des mensurations des points montrant des différences plus grandes par rapport aux coordonnées théoriques. Il n'y a aucun argument convainquant à éliminer des erreurs d'identification de 1 à 2 mètres de points de terrain non signalisés — les différences les plus grandes donnaient cet ordre de grandeur — et, ainsi à falsifier les résultats par une limite d'erreurs choisie arbitrairement. Pour la répartition des groupes selon les échelles-image, seuls deux groupes ont été choisis:

un groupe G avec échelles-image grandes: 1/4 700 à 1/6 000,
un groupe K avec échelles-image plus petites: 1/8 600 à 1/10 000.

Une répartition plus différenciée selon les échelles-image ne correspondrait ni au matériel d'observation peu volumineux, ni à la nature des erreurs d'identification.

Les différences entre les valeurs photogramétriques et les valeurs les plus probables (terrestres) ne montrent pas de différences systématiques en grandeur, d'une part dans la direction x (Δx) et d'autre part dans la direction y (Δy). Ainsi la différence moyenne planimétrique

$$m_c = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x)^2 + \sum (\Delta y)^2}{n}}$$

a été calculée directement pour chaque groupe. Le fait, qu'on a pris la quantité de détermination n comme dénominateur, ne devrait pas évoquer de doutes, parce que les points non signalisés n'étaient pas utilisés pour déterminer les constantes dans la transformation des coordonnées. Pour celle-ci, on a utilisé dans chaque modèle photogramétrique les points signalisés. D'autre part l'erreur d'identification d'un seul pointage d'un point est considérée, et non pas celle de la moyenne de deux déterminations.

Du calcul d'erreurs résulte le tableau valable pour les points B. (objets de construction) bien identifiables:

Centre de restitution	échelles-image grandes 1/4 700 à 1/6 000		échelles-image plus petites 1/8 600 à 1/10 000	
	groupe G		groupe K	
	n	m_c	n	m_c
Z Zürich	30	$\pm 0,166$ m	45	$\pm 0,232$ m
S Stuttgart	22	$\pm 0,344$ m	27	$\pm 0,249$ m
F Frankfurt	45	$\pm 0,236$ m	42	$\pm 0,227$ m
moyenne	97	$\pm 0,248$ m	114	$\pm 0,235$ m

Les résultats de Z montrent des erreurs d'identification plus petites pour échelles-image grandes, tandis que les résultats de S et F ont les mêmes ou légèrement plus grandes erreurs d'identification pour les échelles-images grandes. Probablement, l'expérience quant à la restitution par des opérateurs différents contribue à ce résultat inattendu. Pratiquement, on peut conclure de ces résultats, que faites, coins d'édifices et de toits, entrées de fosses et de puits, pylônes, etc. sont identifiés et mesurés par photogrammétrie avec une précision moyenne planimétrique s'élevant à ± 24 cm en appliquant une échelle-image entre 1/5 000 et 1/10 000. Du fait que, à l'aide des mêmes modèles photogramétriques et par les mêmes procédés, les bornes de limite signalisées ont été mesurées simultanément et qu'on a pu déterminer une erreur moyenne planimétrique de ± 8 cm, on doit constater un recouvrement de la précision de la mensuration photogramétrique par l'incertitude de l'identification. L'inexactitude de l'identification des constructions agricoles joue un rôle pour l'observation terrestre également, mais dans une mesure plus petite que pour la mensuration photogramétrique. Notre essai nous en fournit l'ordre de grandeur suivant:

B Objets de construction	Levé terrestre:	
	Précision de mensuration	± 2 cm
	(erreur moyenne planimétrique)	
	augmentée de l'inexactitude	
	d'identification donne	± 13 cm
	Observation photogramétrique:	
	Précision de mensuration	± 8 cm
	augmentée de l'inexactitude	
	d'identification donne	± 24 cm

Le pointage de la marque stéréoscopique sur de tels points de l'image photogramétrique est influencé, même faussé, par l'éclairage latéral déplaçant dans l'impression physiologique les points de l'image par des effets de contraste, des phénomènes de halo et des effets d'ombre. L'erreur considérable d'identification de tels objets de construction dans l'image stéréophotographique n'est pas inexplicable.

Pour l'autre groupe P des coins de parcelles qui ne sont pas repérés, ni par piquets ou bornes, ni par signaux, mais qui ne sont pas visibles dans la prise de vue que par des limites de végétation, le calcul d'erreurs concernant la mensuration photogramétrique, donne les résultats suivants:

Points de terrain P (points de limite de parcelle) mal identifiables

Centre de restitution	échelles-image grandes 1/4 700 à 1/6 000		échelles-image plus petites 1/8 600 à 1/10 000	
	groupe G		groupe K	
	n	m _c	n	m _c
Z Zürich	22	± 0,581 m	33	± 0,571 m
S Stuttgart	11	± 0,521 m	21	± 0,464 m
F Frankfurt	38	± 0,522 m	34	± 0,375 m
moyenne	71	± 0,540 m	88	± 0,477 m

A l'aide des mêmes modèles photogramétriques et par les mêmes procédés, on a mesuré simultanément les points de limite signalisés en obtenant une erreur moyenne planimétrique de ± 8 cm. Les erreurs moyennes planimétriques d'un ordre de grandeur d'un demi mètre doivent être nettement considérées comme erreurs d'identification et non pas comme erreurs de mensuration photogramétrique. Que celles-ci soient considérablement plus grandes pour les points de limite de parcelle que pour les objets de construction (groupe de point B, ± 0,24 m), cela peut être expliqué par une visibilité meilleure des objets de construction par rapport aux limites de végétation. A première vue, il paraît étonnant, que l'erreur d'identification soit plus grande pour de grandes échelles-image (± 0,54 m) que pour des échelles-image plus petites (± 0,48 m) et que ce phénomène contredit les lois d'erreurs de la photogrammétrie. Ce fait est constaté par tous les trois centres de restitution participant à l'essai. Mais plus étonnant encore semble-t-il, que l'erreur d'identification de ± 0,65 m résultant du levé des groupes de mesures terrestres est encore plus grande. Le tableau ci-dessous des erreurs moyennes d'identification des points de limite non repérés ou marqués et non signalisés montre pour:

la mensuration terrestre	± 0,65 m,
la mensuration photogramétrique à échelle-image grande	± 0,54 m,
la mensuration photogramétrique à échelle-image plus petite	± 0,48 m.

C'est un résultat d'une disposition systématique d'un essai qui semble confirmer un phénomène bien connu des rapports archéologiques découverts dans les prises de vue. On peut dire que la souris sur le tapis ne voit qu'obscurément le dessin du tapis par suite d'une distance de vue trop petite et d'un manque de contrastes, tandis que l'œil humain reconnaît clairement le dessin à cause de la distance plus grande. La prise de vue, par la plus grande distance par rapport au sol, offre une vue d'ensemble sur les relations et

contrastes du dessin du terrain; ceci manque à l'homme, de par sa perspective à ras du sol, pour la même mesure sur le terrain.

La question se pose de déterminer la précision d'identification photogramétrique des coins des champs avec des points de limite, qui ont été abornés et mesurés par voie terrestre en éliminant les erreurs d'identification terrestres, pour être en état de comparer avec «des valeurs vraies». Si on tient compte de l'arbitraire, à l'aide duquel les emplacements pour aborner sont choisis dans le terrain et, ainsi l'illusion que l'on se donne à soi-même avec une mensuration terrestre plus exacte, on peut répondre par la négative.

En conclusion, le résumé des résultats de cet essai peut être présenté comme suit sur la précision de l'identification des points de terrain non signalisés par mensuration tachéométrique et photogramétrique:

Type des points de terrain	levé tachéométrique	mensuration photogramétrique			
		échelles-image grandes 1/4 700 à 1/6 000		échelles-image plus petites 1/8 600 à 1/10 000	
		n	erreur moyenne m _c	n	erreur moyenne m _c
B objets de construction	± 0,13 m	97	± 0,248 m	114	± 0,235 m
P coins de parcelles	± 0,65 m	71	± 0,540 m	88	± 0,477 m

La mensuration des points de terrain non signalisés dans le cadre de l'essai d'Oberriet a montré que, même avec un matériel d'observation limité — l'intérêt des centres de restitution était porté plutôt vers les points signalisés — l'efficacité en précision de l'aérophotogrammétrie n'est réalisable que pour les points de terrain signalisés en vue du but à atteindre. D'autre part, on doit attendre, pour une mensuration de points non abornés et non signalisés, des erreurs moyennes de détermination de 25 cm (objets de construction) à un demi mètre (points de limite de parcelle), qui recouvrent et laissent inutilisée une exactitude plus grande des procédés des mesures terrestre ou photogramétrique. Naturellement, il n'est pas interdit d'établir un cadastre foncier en économisant la signalisation des points de limite; mais il faut en attendre une erreur moyenne pour la détermination du point de limite de ± 0,5 m. La même incertitude est valable aussi pour le géomètre qui recherche les emplacements pour les piquets des points de limite. Ce n'est qu'au moment où le géomètre s'est décidé sur l'emplacement du piquet ou de la borne, qu'il est sûr de pouvoir calculer en centimètres.

Simultanément avec les points de limite non signalisés, les deux groupes pour la mensuration terrestre ont mesuré et déterminé deux fois indépendamment les limites de la végétation et d'autres lignes du terrain qui ont été désignées dans les prises de vues agrandies. Les deux représentations graphiques des limites de culture provenant des deux levés sur des plans au 1/1 000 montrent des écarts dus à des incertitudes d'identification.

Malheureusement, tous les centres de restitution participant à l'essai d'«Oberriet» ont supprimé le tracé photogrammétrique de ces limites de végétation à l'échelle 1/1 000. L'exécution de l'essai selon le programme aurait éclairci la fidélité du levé terrestre des limites de végétation d'une part par levé terrestre, d'autre part par photogrammétrie. Le matériel de base qui pourrait servir à une reprise de cet essai de mensuration et de restitution photogrammétrique étant de grand intérêt pour les travaux pratiques des mensurations, il sera conservé à la Direction Fédérale des Mensurations à Berne.

Bibliographie

- [1] *Lehmann, G.*: Compte rendu des travaux de la Commission C de l'O.E.E.P.E. effectués jusqu'à présent. — Photogrammetria XII, 1955–1956, 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 141–148 (en langue anglaise: pp. 156–163; en langue allemande: pp. 149–155).
- [2] *Gotthardt, E.*: O.E.E.P.E. Commission C. Compte-rendu de la restitution à la Technischen Hochschule, Stuttgart, des vols d'essai du groupe I du terrain d'Oberriet. — Photogrammetria XII, 1955–1956, 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 163–171 (en langue allemande: pp. 171–179).
- [3] *Brucklacher, W.*: Compte-rendu du centre «Zeiss-Aerotopograph» sur les restitutions pour la Commission C de l'O.E.E.P.E. (Restitution de la bande de vol, groupe I, vol No. 5). — Photogrammetria XII, 1955–1956, 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 180–181 (en langue allemande: pp. 181–182).
- [4] *Förstner, R.*: O.E.E.P.E., Commission C. Rapport sur la restitution effectuée dans l'Institut für Angewandte Geodäsie, Francfort sur le Main. Terrain d'essai d'Oberriet les vols No. 1 et 3 (groupe I). — Photogrammetria XII, 1955–1956, 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 183–190 (en langue allemande: pp. 190–197).
- [5] *Gotthardt, E.*: Rapport sur les premiers résultats de l'essai d'«Oberriet» de la Commission C de l'O.E.E.P.E. — Photogrammetria XV, 1958–1959, 3 (Publ. Spéc. O.E.E.P.E., No. II), pp. 114–132 (en langue anglaise: pp. 141–148; en langue allemande: pp. 133–140).
- [6] *Stickler, A.*: Interpretation of the Results of the O.E.E.P.E. Commission C. — Photogrammetria XVI, 1959–1960, 1, pp. 8–12 (en langue allemande: pp. 12–16).
- [7] *Förstner, R.*: Bericht über die Tätigkeit und Ergebnisse der Kommission C der O.E.E.P.E. (1956–1960). — Photogrammetria XVI, 1959–1960, 4 (Spec. Congr. No. C), pp. 352–357.
- [8] *Härry, H.*: Les essais contrôlés «Oberriet» de la Société Internationale de Photogrammétrie. — Photogrammetria XIV, 1957–1958, 4, pp. 149–156 (en langue allemande: pp. 141–148).

DK 528.721.221.3–187(494.282.1)=20

Measurements of Non-Signalized Points in the Test Field "Oberriet"

(Abstract)

By *Hans Härry, Bern*

The measurements shall provide a measure of the uncertainty in the definition and in the determination of non-signalized terrain points. Beyond this it has to be found out which relation exists between the inaccuracies of the terrestrial and of the photogrammetrical identification of such objects. The points selected for the measurement were separated into two groups according to their visibility, i. e.:

Group B: Construction objects, gables, corners of buildings and of roofs, man-holes, poles etc.

Group P: Lot-corners, visible mainly by differences in vegetation along parcel boundaries, sometimes also by small ditches or dams.

All check points were measured terrestrially by intersections or by means of polar joins. Triangulation, traverse, or boundary points marked by stones constituted the tie-points. The r. m. s. error of these points amounts to ± 5 mm. The internal accuracy of the non-signalized points being determined by intersections or by polar co-ordinate surveys amounts to ± 20 mm.

The non-signalized points were marked neither by plugs nor by coloured signs on the ground, but were only indicated by red ink points on an enlargement of the aerial photograph, so that visibility uncertainties play a role when signals and stadia rods are being set up. As a result the co-ordinate values obtained with good internal measuring accuracy by the terrestrial survey could not be accepted as true values for comparisons. These co-ordinates not only contain the planimetric error of the terrestrial survey, but also the identification error committed by the field group when selecting the points. In order to obtain an idea of the order of magnitude of the identification errors committed in the field, after a period of one month, the measurement of the non-signalized terrain points was repeated by a second field group. The second group used the same documents as the first one (enlarged aerial photograph with indicated points) and attained the same internal measuring accuracy by means of the same tie-points, means and procedures of measurement.

By means of the two terrestrial surveys executed independently of each other the differences between the planimetric co-ordinates of each point were determined. These differences can be considered as a measure of the identification errors — neglecting the internal measuring accuracy — committed by the field groups. From this resulted the r. m. s. planimetric error of the identification of non-signalized points on the ground:

for group B (construction objects)	$M = \pm 0.13$ m,
for group P (lot-corners)	$M = \pm 0.65$ m.

The result for group P is remarkable: the surveyor is normally convinced that he determines the boundary points to a few centimeters by means of the characteristic evidence. Arguments to the contrary, however, suggest that whereas the boundary points marked with stakes on the ground are defined to a few centimeters, the stakes themselves, owing to poor definition of the terrain, have uncertainties of half a meter.

The non-signalized ground points were measured by three restitution centres on the same photogrammetric models which had also been used for the measurements of the signalized points. The restitutions were made on the Stereoaugraph Wild A7 and on the Stereoplanigraph C8; whereby for identification for the point setting the same enlargements of the aerial photographs, with point indications, were used, which were applied by the two field groups. The machine co-ordinates were converted into co-ordinates of the national co-ordinate system by means of a linear conformal transformation.

A first look at the errors shows that, of the photogrammetric criteria, only the photo scale influences the identification error, the others as e. g. type of camera, emulsion carrier, restitution instrument, position of check points with regard to the fitting polygon, etc. do not have any noticeable influence. The points of group B (construction objects) clearly exhibit smaller differences than those of group P (lot-corners, only visible by differences in vegetation), so that the separate treatment of the better defined points of group B and those of group P being recognizable less clearly was justified. Corresponding to the photo scales, two sub-groups were formed:

one group G with large photo scales	1 : 4 700 to 1 : 6 000,
one group K with smaller photo scales	1 : 8 600 to 1 : 10 000.

From the differences between photogrammetric and terrestrial values the mean planimetric differences for each group were calculated according to the formula:

$$m_c = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x)^2 + \sum (\Delta y)^2}{n}}$$

For the easily identifiable points of group B (construction objects), we found that:

for large photo scales	1 : 4 700 to 1 : 6 000	$m'_B = 0.248$ m,
for smaller photo scales	1 : 8 600 to 1 : 10 000	$m''_B = 0.235$ m.

For the points of group P (lot-corners), however, we found that:

for large photo scales	1 : 4 700 to 1 : 6 000	$m'_P = 0.540$ m,
for smaller photo scales	1 : 8 600 to 1 : 10 000	$m''_P = 0.447$ m.

Practically it may be concluded from these results that gables, corners of roofs and buildings, man-holes, poles etc. can be measured and identified photogrammetrically with a r. m. s. planimetric error of ± 24 cm when a photo scale between 1 : 5 000 and 1 : 10 000 is used. In the same photogrammetric models during the same working process the signalized boundary points were measured and a r. m. s. planimetric error of ± 8 cm was found, so that it must be concluded that the accuracy of the photogrammetric measurement lies within the uncertainty of identification. The r. m. s. planimetric errors

of the order of half a meter found for group P must unequivocally be considered as identification errors and not as errors of photogrammetric measurement. That those identification errors are considerably larger for lot-corners than for construction objects, can be explained by the more exact definition of construction objects as compared to vegetation boundaries. At the first glance this seems to be strange and it is contradictory to the accepted laws of photogrammetry, that the identification error is larger with large photo scales than with smaller photo scales. This statement has, however, been confirmed by all participating restitution centres. Nevertheless, it seems to be still stranger that the even higher identification error of ± 0.65 m applies for the group of terrestrially surveyed points. A surface pattern appears to be much clearer from a favourably located higher standpoint than from the ground.

In spite of the limited quantity of available observation material this test shows that aerial photogrammetry can be utilized most successfully for points which are signalized on the ground. R. m. s. errors of determination of 25 cm (construction objects) to half a meter (lot-corners) must be reckoned when using points which are not marked and not signalized. These r. m. s. errors conceal and leave unutilized a higher accuracy of terrestrial or photogrammetrical survey procedures. Naturally, this does not mean that the establishment of a photogrammetric property cadastre is prohibited when boundary points are not signalized. However, one has to reckon with a r. m. s. error of ± 0.5 m. The same uncertainty applies also to the field surveyor when he is looking for spots to mark his boundary points. Only after deciding on the location of his marks or cornerstones and not before setting them, may the field surveyor be sure when calculating in centimeters.

The vegetation boundaries and other terrain lines, indicated on the enlarged aerial photographs, were also measured, together with the non-signalized boundary points, by the two field groups independently. Unfortunately none of the restitution centres plotted these cultural boundaries photogrammetrically. This test of measurement and plotting, being of great interest for the surveying practice, could have enlightened the reliability of terrestrial survey on the one side and of photogrammetrical survey of cultural boundaries and of other terrain lines on the other side. The basic material is still available.

Bibliography

see French version

Restitution graphique des points et des lignes non signalisés et leur comparaison avec des résultats de mesures sur le terrain dans le champ d'essai d'«Oberriet»

(avec 4 figures)

Par Alois Stickler et Peter Waldhäusl, Vienne

1. Préface

En relation avec le programme d'essai très étendu d'«Oberriet», on a exécuté aussi une comparaison entre le levé aérophotogrammétrique et le levé terrestre-classique de points et de lignes non signalisés. Cette comparaison peut être présentée très clairement parce qu'on a imprimé les résultats correspondants en différentes couleurs en utilisant les marques de quadrillage des coordonnées comme marques de repérage pour l'impression.

2. Les documents soumis à la comparaison

En 1953, on avait exécuté, sur le champ d'essai d'Oberriet, le vol photographique avec la chambre Wild RC 7, 10/14, à l'échelle-image 1/14 000, et également avec une chambre Wild RC 5, 21/18, à l'échelle-image 1/8 700.

Deux géomètres (A et B) étaient chargés de lever certains objets de construction et des lignes de borne, indépendamment l'un de l'autre, sous forme terrestre-classique. Comme en pratique, ils appliquaient la méthode polaire; on pouvait partir de points déterminés trigonométriquement avec la précision la meilleure que possible pour l'essai d'Oberriet. Pour la pratique de la mesure terrestre, ils devaient se référer à un réseau de polygones et de lignes de mesure avec des erreurs essentiellement plus grandes. Dans notre essai, nous avons donc le grand avantage de pouvoir considérer les erreurs, en premier lieu, comme erreurs d'interprétation. Il n'y avait aucune raison à douter de la précision des mesures polaires. Des erreurs ne résultaient que de la définition très imprécise des «points» levés. En général, le géomètre sait se tirer d'affaire en établissant artificiellement la définition manquante des points par marquage sans trouver par cela la ligne de borne exacte et sans augmenter sa valeur intérieure. Les résultats des levés terrestres étaient tracés sur correctostat et encore une fois sur astralon, comme contrôle.

En connection avec l'élaboration photogrammétrique de l'essai en 1954, on restitua en même temps les points et les lignes mesurés par les deux géomètres. Dans le Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen à Vienne on exécuta la restitution des modèles 1530/31/32, pris avec la RC 7, à l'aide du A 8 à l'échelle-machine de 1/5 000 deux fois indépendamment l'une de l'autre. Il en résulta les tracés sur correctostat «C» et «D», tous

les deux au 1/2 000. D'une manière tout analogue, on exécuta à l'Institut für Angewandte Geodäsie à Frankfurt a. M. une restitution des modèles 4900/01/02, pris avec la RC 5, à l'aide du C 8 à l'échelle-machine de 1/4 000. Il en résultait un tracé sur astralon «F» de la même région à l'échelle de 1/2 000. Il y avait également un levé aérophotogrammétrique suisse au 1/1 000, mais, à cause de l'échelle différente, on renonça à inclure cette restitution dans la comparaison. Des tracés, établis par d'autres instituts (Delft, Stuttgart), n'étaient plus disponibles pour cette comparaison.

3. L'établissement des impressions polychromes

Des cinq restitutions originales (A, B, C, D, F), on choisit quatre régions partielles particulièrement caractéristiques et on les calqua sur astralon mince. Alors on en produisit les diapositives-offset nécessaires pour la production des plaques d'impression. L'impression polychrome s'effectua de telle manière que les marques de quadrillage des coordonnées — ce sont les cercles de moyenne grandeur — servaient comme marques de repérage (fig. 1-4). A chaque restitution, on attribua sa propre couleur d'impression:

rouge = levé terrestre A,
vert = levé terrestre B,
noir = restitution photogrammétrique C,
bleu = restitution photogrammétrique D,
brun = restitution photogrammétrique F,
gris = écriture.

C'est pourquoi, en jugeant les impressions, il faut tenir compte de deux faits:

- Le calquage ne pouvait être exécuté le plus soigneusement par un dessinateur expert qu'avec la «précision du dessin». C'est pourquoi on peut considérer seulement les erreurs qui sont plus grandes que la mesure de la «précision du dessin».
- On ne pouvait effectuer idéalement et exactement l'impression polychrome sur le papier. Cependant, on peut facilement reconnaître la précision d'impression dans les cercles de moyenne grandeur qui — comme déjà mentionné — représentent les marques de quadrillage des coordonnées et qui ont été utilisés comme marques de repérage pour l'impression.

4. La restitution graphique de points comme essai préalable

Les restituteurs C et D observaient chaque point en deux passages, aller et retour. En allant le point fut marqué graphiquement par une croix, pour cette raison il fut traversé une fois dans la direction x et une fois dans la direction y. En retournant, on le piqua. Dans les tirages ci-joints on a marqué ces croix et piqués comme des croix et des petits cercles. Comme les yeux humains sont extrêmement sensibles aux perturbations de la symétrie, chaque petite déviation entre les deux passages aller et retour est fort perceptible.

4.1. Les résultats obtenus pour les points signalisés (le premier chiffre du numéro de point est plus petit que 7)

- Pour des points bien signalisés, bien éclairés et par là susceptibles d'un bon levé photogrammétrique, les croix et les piqués s'accordent toujours en «précision du dessin».
- En cas de deux points (d'un total de 70) il y avait des différences importantes entre les deux passages aller et retour. Il s'y agissait des bornes seulement blanchies à la chaux qui étaient désignées par l'opérateur comme mal éclairées et mal mesurables.

4.2. Les résultats obtenus pour les points non signalisés (le premier chiffre du numéro de point est 7)

Il s'agissait de coins de parcelles et ceux d'objets de construction sans signalisation particulière, qui étaient utilisés par M. le Directeur Härry dans ses recherches.

- L'incertitude de la reconnaissance des points était plus grande que celle de la mesure elle-même. Pour montrer l'incertitude de l'opérateur pendant la restitution, on a établi le tableau suivant, dans lequel figurent les «qualités» de tous les points signalisés restitués à Vienne.

type de point	qualité	très bon	bon	mauvais	très mauvais	total
coins de parcelle	nombre	0	13	25	21	59
	pour-cent	0	22	42	36	100
coins d'objets de construction	nombre	6	46	17	2	71
	pour-cent	8	65	24	3	100

Le grand nombre des points à reconnaître «mauvais» ou «très mauvais» explique les grandes différences qui se présentent souvent entre les résultats obtenus dans les deux passages aller et retour.

- Les coins d'objets de construction furent mesurés plus exactement que les bornes de parcelles.

5. La restitution graphique de lignes

Un nombre de lignes particulièrement choisies¹ étaient prévues pour la restitution. Pour tous les centres, on avait marqué dans un photoplan les lignes suivantes: bords de fossé, fonds de fossé, bords de champ, clôtures, limites de haie, chemins, bords de route, fondations et autres. Dans le photoplan, on ne pouvait pas toujours reconnaître tout

à restituer, de sorte qu'il y avait des restitua le bord supérieur d'une pente,

doivent plus être traitées ici. En regardant ces informations:

seulement l'un de l'autre, mais aussi de la restitutions *C* et *D* s'accordent bien.

te pas de dispersion plus forte envers les

déviations transversales des levés *A* et *B*. différent le plus fort sur deux lignes (*EE*)

ait entièrement une partie. Peut-être il plus, *B* fournissait un croquis tout à fait hors de la limite et par là les déviations des deviennent visibles. Les restitutions *C*, *D* la limite effective de la parcelle.

sure d'identifier les vieilles fondations *JJ*, tir de la photographie aérienne (0,5 mm).

7. Les résultats de la restitution des lignes

- La photogrammétrie permet de restituer des «lignes topographiques» au moins aussi bien que les méthodes de levé classique, vu le fait que la difficulté principale ne résulte pas du levé technique, mais de l'interprétation correcte des lignes de terrain.
- L'interprétation s'effectue plus facilement et correctement à l'aide des photographies aériennes, puisqu'on y a une meilleure vue d'ensemble.
- A l'aide de la photogrammétrie on peut restituer aussi des objets qu'on ne peut plus identifier sur le terrain (objets sous la surface du terrain).
- L'inexactitude du levé sur le terrain est au moins aussi grande que celle du levé photogramétrique. On peut dire que les deux méthodes sont de la même précision.
- Chacune des deux méthodes a ses avantages et ses désavantages que l'on n'a pas besoin de mentionner ici en détail.
- Mais la plus grande certitude doit être attribuée à la méthode photogramétrique en tout cas eu égard à une reconnaissance complète et conforme de la nature des objets et des lignes.

8. Résumé

Pour des levés graphiques au 1/2 000 on a présenté l'équivalence de la photogrammétrie et de la méthode de mesure terrestre-classique en s'appuyant sur le matériel d'essai d'Oberriet. Quatre figures montrent les résultats imprimés l'un sur l'autre de trois restitutions de photographies aériennes et de deux levés terrestres de la même région. La plupart des différences sont à considérer comme erreurs d'interprétation, en ce cas les essais confirment le fait que les lignes naturelles permettent d'être interprétées avec une certitude plus grande par la méthode photogramétrique.

à restituer, de sorte qu'il y avait des restitua le bord supérieur d'une pente,

doivent plus être traitées ici. En regardant ces informations:

seulement l'un de l'autre, mais aussi de la restitutions C et D s'accordent bien.

ne pas de dispersion plus forte envers les

déviations transversales des levés A et B. différent le plus fort sur deux lignes (EE

ait entièrement une partie. Peut-être il plus, B fournissait un croquis tout à fait hors de la limite et par là les déviations des deviennent visibles. Les restitutions C, D la limite effective de la parcelle.

ture d'identifier les vieilles fondations JJ, tir de la photographie aérienne (0,5 mm).

7. Les résultats de la restitution des lignes

- La photogrammétrie permet de restituer des «lignes topographiques» au moins aussi bien que les méthodes de levé classique, vu le fait que la difficulté principale ne résulte pas du levé technique, mais de l'interprétation correcte des lignes de terrain.
- L'interprétation s'effectue plus facilement et correctement à l'aide des photographies aériennes, puisqu'on y a une meilleure vue d'ensemble.
- A l'aide de la photogrammétrie on peut restituer aussi des objets qu'on ne peut plus identifier sur le terrain (objets sous la surface du terrain).
- L'inexactitude du levé sur le terrain est au moins aussi grande que celle du levé photogramétrique. On peut dire que les deux méthodes sont de la même précision.
- Chacune des deux méthodes a ses avantages et ses désavantages que l'on n'a pas besoin de mentionner ici en détail.
- Mais la plus grande certitude doit être attribuée à la méthode photogramétrique en tout cas eu égard à une reconnaissance complète et conforme de la nature des objets et des lignes.

8. Résumé

Pour des levés graphiques au 1/2 000 on a présenté l'équivalence de la photogrammétrie et de la méthode de mesure terrestre-classique en s'appuyant sur le matériel d'essai d'Oberriet. Quatre figures montrent les résultats imprimés l'un sur l'autre de trois restitutions de photographies aériennes et de deux levés terrestres de la même région. La plupart des différences sont à considérer comme erreurs d'interprétation, en ce cas les essais confirment le fait que les lignes naturelles permettent d'être interprétées avec une certitude plus grande par la méthode photogramétrique.

clairement laquelle des lignes était effectivement à restituer, de sorte qu'il y avait des «erreurs grossières». Par exemple, une fois *F* ainsi restitué le bord supérieur d'une pente, tandis que *A-D* restituent le fond de fossé à côté.

6. La comparaison des cinq levés au 1/2 000

Les «erreurs grossières» mentionnées ci-dessus ne doivent plus être traitées ici. En regardant les quatre annexes, on découvrira assez d'autres informations:

ad fig. 1:

Ligne *R*: Les levés terrestres s'écartent fort, non seulement l'un de l'autre, mais aussi de la restitution photogrammétrique, tandis que les restitutions *C* et *D* s'accordent bien.

Lignes *S*, *T*, *V*, *W*, *X*: La restitution *F* ne présente pas de dispersion plus forte envers les restitutions *C* et *D* que le levé terrestre *A* envers *B*.

ad fig. 2:

Les lignes *DD* et *EE* montrent les plus grandes déviations transversales des levés *A* et *B*. Egalement, les restitutions photogrammétriques diffèrent le plus fort sur deux lignes (*EE* et *NN*, < 1 mm).

En levant la parcelle *EE*, le géomètre *B* changeait entièrement une partie. Peut-être il s'agit ici de nouveau d'une erreur grossière. De plus, *B* fournissait un croquis tout à fait faux. Le géomètre *A* généralisait trop fort le cours de la limite et par là les déviations des restitutions photogrammétriques jusqu'à 2 mm deviennent visibles. Les restitutions *C*, *D* et *F* montrent d'une façon conforme le cours de la limite effective de la parcelle.

ad fig. 3:

Les deux géomètres *A* et *B* n'étaient pas en mesure d'identifier les vieilles fondations *JJ*, tandis que l'on les restituait en bon accord à partir de la photographie aérienne (0,5 mm). A la limite *JJ*, l'opérateur *F* poursuivait une lisière fautive; il ne s'agit ici que d'une «erreur grossière». Les géomètres *A* et *B* levaient fort différemment (1,5 mm) l'un des bouts de la parcelle de la ligne *OO*, tandis que les restitutions *C*, *D* et *F* sont presque identiques. La ligne *QQ* montre de très grandes incertitudes pour tous les cinq levés. En outre les géomètres *A* et *B* levaient incomplètement cette ligne.

ad fig. 4:

Le bord du champ *I* montre de très grandes dispersions entre les trois restitutions photogrammétriques. L'opérateur *F* alignait plus fort. Il y manque la meilleure définition de la ligne dans la nature. La ligne *L*, un fossé, était levée le plus mal par le géomètre *B*. Peut-être *B* choisissait toujours le bord de fossé au nord ou à l'ouest au lieu du fond. Les lignes *C*, *D*, *E*, *G* (routes et chemins) ainsi que la ligne *F* (un champ) montrent une très bonne coïncidence de tous les cinq levés.

7. Les résultats de la restitution des lignes

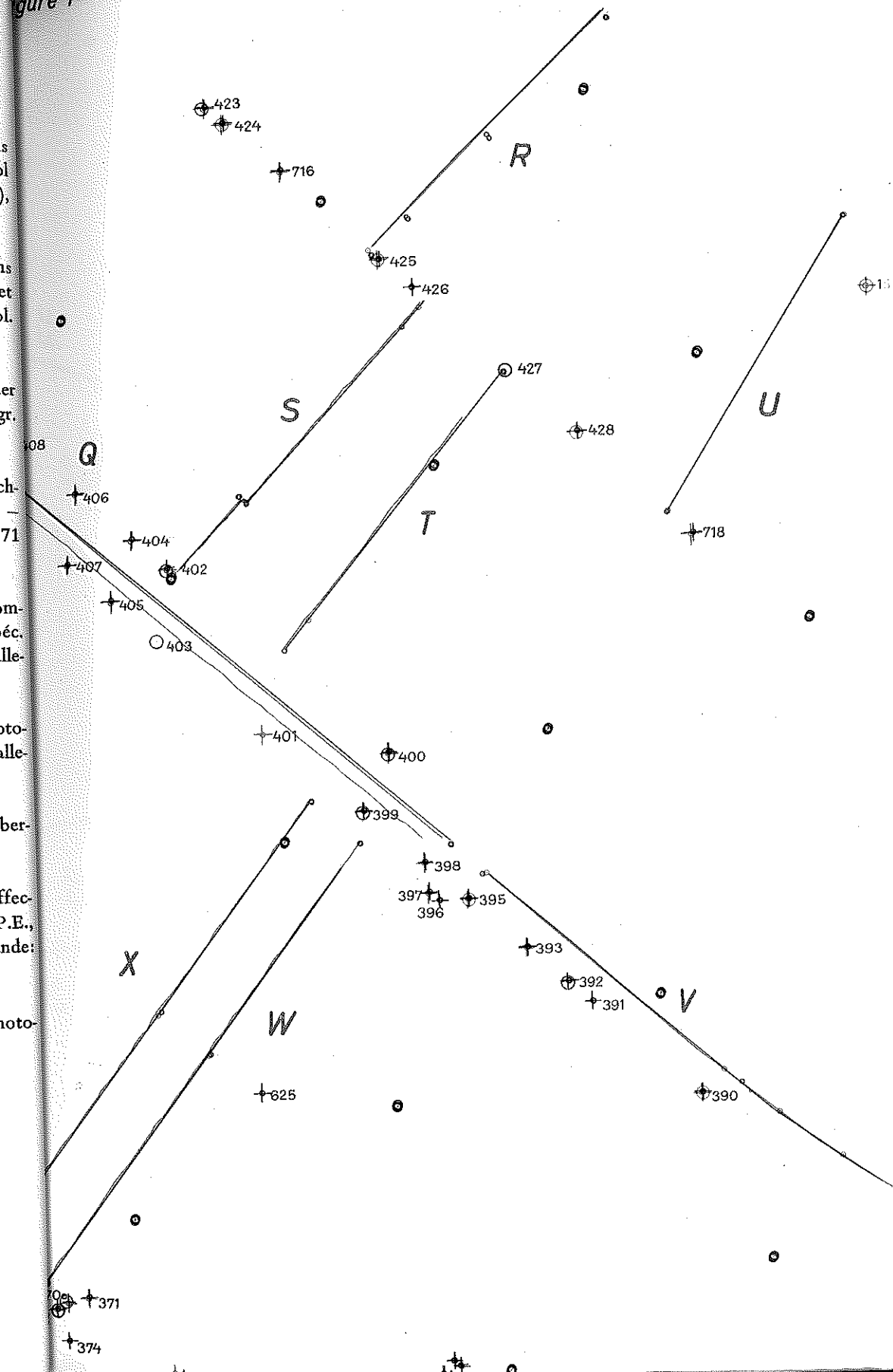
- La photogrammétrie permet de restituer des «lignes topographiques» au moins aussi bien que les méthodes de levé classique, vu le fait que la difficulté principale ne résulte pas du levé technique, mais de l'interprétation correcte des lignes de terrain.
- L'interprétation s'effectue plus facilement et correctement à l'aide des photographies aériennes, puisqu'on y a une meilleure vue d'ensemble.
- A l'aide de la photogrammétrie on peut restituer aussi des objets qu'on ne peut plus identifier sur le terrain (objets sous la surface du terrain).
- L'inexactitude du levé sur le terrain est au moins aussi grande que celle du levé photogrammétrique. On peut dire que les deux méthodes sont de la même précision.
- Chacune des deux méthodes a ses avantages et ses désavantages que l'on n'a pas besoin de mentionner ici en détail.
- Mais la plus grande certitude doit être attribuée à la méthode photogrammétrique en tout cas eu égard à une reconnaissance complète et conforme de la nature des objets et des lignes.

8. Résumé

Pour des levés graphiques au 1/2 000 on a présenté l'équivalence de la photogrammétrie et de la méthode de mesure terrestre-classique en s'appuyant sur le matériel d'essai d'Oberriet. Quatre figures montrent les résultats imprimés l'un sur l'autre de trois restitutions de photographies aériennes et de deux levés terrestres de la même région. La plupart des différences sont à considérer comme erreurs d'interprétation, en ce cas les essais confirment le fait que les lignes naturelles permettent d'être interprétées avec une certitude plus grande par la méthode photogrammétrique.

Bibliographie

- [1] Brucklacher, W.: Compte-rendu du centre «Zeiss-Aerotopograph» sur les restitutions pour la Commission C de l'O.E.E.P.E. (Restitution de la bande de vol, groupe I, vol No. 5). — Photogrammetria XII, 1955–1956, 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 180–181 (en langue allemande: pp. 181–182).
- [2] Förstner, R.: O.E.E.P.E., Commission C. Rapport sur la restitution effectuée dans l'Institut für Angewandte Geodäsie, Francfort sur le Main. Terrain d'essai d'Oberriet les vols No. 1 et 3 (groupe I). — Photogrammetria XII, 1955–1956, 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 183–190 (en langue allemande: pp. 190–197).
- [3] Förstner, R.: Bericht über die Tätigkeit und Ergebnisse der Kommission C der O.E.E.P.E. (1956–1960). — Photogrammetria XVI, 1959–1960, 4 (Spec. Congr. No. C), pp. 352–357.
- [4] Gotthardt, E.: O.E.E.P.E. Commission C. Compte-rendu de la restitution à la Technischen Hochschule, Stuttgart, les vols d'essai du groupe I du terrain d'Oberriet. — Photogrammetria XII, 1955–1956, 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 163–171 (en langue allemande: pp. 171–179).
- [5] Gotthardt, E.: Rapport sur les premiers résultats de l'essai d'«Oberriet» de la Commission C de l'O.E.E.P.E. — Photogrammetria XV, 1958–1959, 3 (Publ. Spéc. O.E.E.P.E., No. II), pp. 114–132 (en langue anglaise: pp. 141–148; en langue allemande: pp. 133–140).
- [6] Härry, H.: Les essais contrôlés «Oberriet» de la Société Internationale de Photogrammétrie. — Photogrammetria XIV, 1957–1958, 4, pp. 149–156 (en langue allemande: pp. 141–148).
- [7] Härry, H.: Mesure de points de terrain non signalisés dans le champ d'essai d'«Oberriet». — Publié dans ce numéro.
- [8] Lehmann, G.: Compte rendu des travaux de la Commission C de l'O.E.E.P.E. effectués jusqu'à présent. — Photogrammetria XII, 1955–1956, 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 141–148 (en langue anglaise: pp. 156–163; en langue allemande: pp. 149–155).
- [9] Stickler, A.: Interpretation of the Results of the O.E.E.P.E. Commission C. — Photogrammetria XVI, 1959–1960, 1, pp. 8–12 (en langue allemande: pp. 12–16).



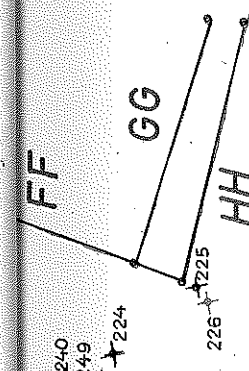
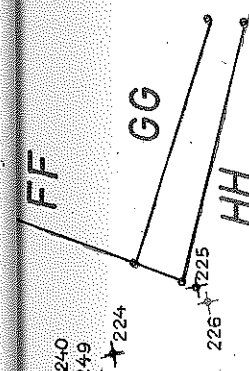
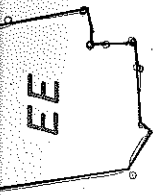
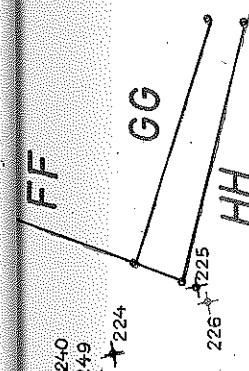
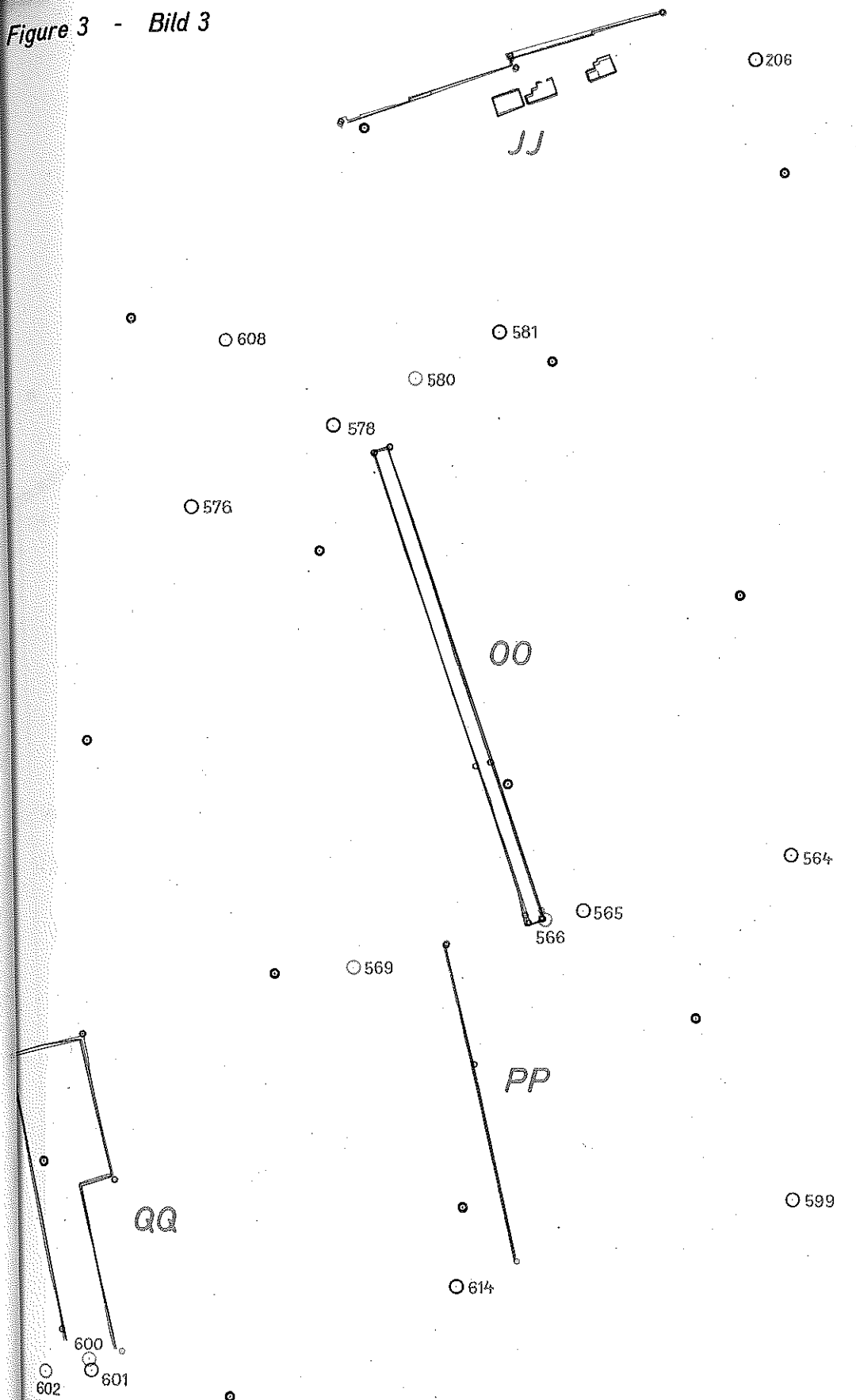
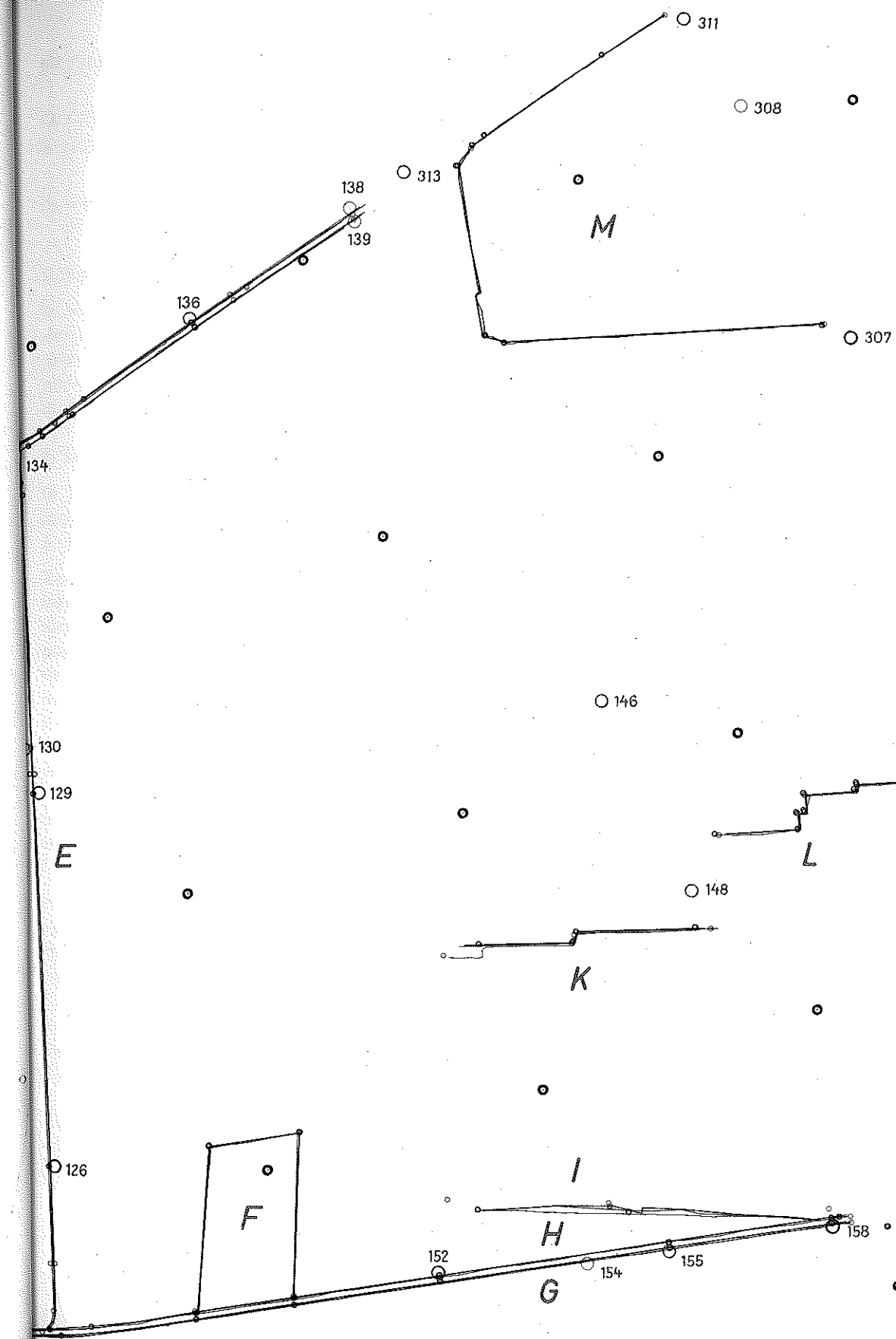


Figure 3 - Bild 3





Graphical Plotting of Non-Signalized Points and Lines, and Comparison with Terrestrial Surveys in the Test Field "Oberriet"

By Alois Stickler and Peter Waldhäusl, Vienna

1. Preface

In connection with the test program "Oberriet" it was also possible to compare the aerophotogrammetrical with the classical-terrestrial methods of survey of non-signalized points and lines. That comparison can now be shown very clearly, as the results have been printed one upon the other in several colours using the co-ordinate grid as registering marks.

2. The basic materials for the comparison

In 1953 the test field Oberriet has been covered by aerial photography using the WILD cameras RC 7 - 10/14 (photo scale 1 : 14 000) as well as RC 5 - 21/18 (photo scale 1 : 8 700).

Two surveyors (A and B) then received the order to survey independently certain buildings and boundary-lines by means of the classical-terrestrial methods. They used the polar method of survey, as in practice, with the exception that they were able to start from points which have been triangulated with optimum accuracy for the test field survey. In the practice of field surveys they would have been compelled to use a traverse or measuring-line-network with much larger errors. For this test we now have the great advantage to identify their errors mainly as errors of interpretation. There was not any doubt about the accuracy of the polar measurements. Errors occurred only due to the very unexact definition of the surveyed "points". Normally the surveyor helps himself over the difficulty by establishing artificially the missing boundary lines with a series of exact points, but he does not, of course, find the true boundary line and he does not increase the inner value of it. — The results of the two field surveys have been plotted twice, once on Correctostat and the second time for check on Astralon.

In connection with the photogrammetric test work, which followed in 1954, the points and lines measured by the two field surveyors have also been plotted. In the Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Vienna, the RC 7 models number 1530/31/32 have been plotted twice and independently, using the WILD A8. The machine scale was 1 : 5 000. The results have been presented in the two Correctostat-plottings "C" and "D" in 1 : 2 000 scale. In a completely analogue manner a 1 : 2 000 scale plotting "F" of the same area has been done on Astralon by the Institut für Angewandte Geodäsie in Frankfurt a. M., using the C8 and the RC 5 models 4900/01/02. The machine scale was 1 : 4 000. There were also Swiss photogrammetrical plottings 1 : 1 000, but these have been disregarded for the comparison due to the difference in scale. Further plottings which have been made by other institutes (Delft, Stuttgart) were not at our disposal for this comparison.

3. The over-printing

Out of the five original plottings (A, B, C, D, F) four characteristic areas have been selected and traced on thin Astralon. From these the offset diapositives have been made, which were necessary for the production of the printing plates.

Then the over-printing has been performed so that the co-ordinate grid marks which are the medium size circles have been used as registering marks (Fig. 1-4). Each plotting received its own printing colour:

red	= field survey A,
green	= field survey B,
black	= aerial survey C,
blue	= aerial survey D,
brown	= aerial survey F,
grey	= script.

For the critical examination of the prints, two things have to be considered therefore:

- The tracing could be done only with drawing accuracy, in spite of the best care taken by an experienced draftsman. Therefore only such errors may be considered which exceed the drawing accuracy.
- The printing procedure on paper is another source of inaccuracy. However, by means of the medium size circles which are, as mentioned above, the co-ordinate grid marks and which have been used for registration, the reader can easily identify the printing errors.

4. The graphical plotting of points, an advance test

The operators C and D observed each point in two sets. In the first set, the points have been plotted graphically by a cross, passing over the points in x and y separately. During the second set of observations the points have been pricked. For this paper the points have been printed respectively as crosses and as small circles. The human eye is very sensitive for disturbances of symmetry so that any small deviation between the two sets is strikingly obvious.

4.1. The results for signalized points (the first digit of the point number is smaller than 7)

- For well signalized and well illuminated points, thus ideal for photogrammetry, cross and prick were always in coincidence within the drawing accuracy.
- Two out of 70 points showed larger differences between the two sets. The points concerned were white-washed boundary stones which have been classified by the operator to be badly illuminated and badly measurable.

4.2. The results for non-signalized points (the first digit of the point number is 7)

These points are those examined in detail by H. Härry, lot-corners and buildings which did not get any special signalization.

- The uncertainty of pointing was larger than that of the measurement itself. In order to demonstrate the uncertainty the operator felt during the plotting process, we show in the following a table of the "qualities" of all the non-signalized points plotted in Vienna:

kind of points	quality	very good	good	bad	very bad	sum
lot corners	number	0	13	25	21	59
	percentage	0	22	42	36	100
corners buildings	number	6	46	17	2	71
	percentage	8	65	24	3	100

The large number of badly or very badly registered points explains by itself the greater frequency of larger differences between the two sets.

- The corners of buildings could be measured more exactly than lot-corners.

5. The graphical plotting of lines

For the plotting, a certain number of line-features have been selected and indicated to the plotting centres by means of an uncontrolled mosaic of the aerial photographs: edges and bottoms of ditches, field-ridges, fences, boundary lines overgrown by hedges, ways, road-edges, foundations, and others. From the mosaic mentioned above the operators could not always see clearly which line was to be plotted so that "gross errors" occurred. Thus e. g. F plotted once the top edge of a slope, whilst A-D surveyed the bottom-edge line nearby.

6. The comparison of the 5 plottings 1 : 2 000

The above mentioned "gross errors" will not be subjected to further treatment here. Looking at the 4 figures, there enough other comments can be made:

To Figure 1:

Line R: The field surveys differ remarkably from each other as well as from the aerial surveys, but the latter fit well together.

Lines S, T, V, W, X: The plotting F differs not more from the plottings C and D than the terrestrial survey A from B.

To Figure 2:

The largest lateral deviations of the field surveys *A* and *B* are shown in the lines *DD* and *EE*. Also the photogrammetric surveys differ more at the lines *EE* and *NN* (< 1 mm).

The field surveyor *B* has changed completely a part of the parcel *EE*. It is possible that here again a gross error occurred. *B* delivered also a completely wrong sketch. The field surveyor *A* simplified the course of the boundary too much so that a difference of up to 2 mm is visible in comparison with the photogrammetric survey. The plottings *C*, *D*, and *F* show, in the same way, the effective course of the boundary of the parcel.

To Figure 3:

It was not possible any more for the two field surveyors *A* and *B* to identify the old foundations *JJ*, whilst they have been plotted with good coincidence (0.5 mm) from the aerial photographs. The operator *F* followed the wrong ridge at the boundary *JJ*, but that is only a "gross error".

The field surveyors *A* and *B* obtained large differences in interpreting the end of the parcel *OO* (1.5 mm), whilst the plottings *C*, *D*, and *F* fit together nearly perfectly.

The line *QQ* shows remarkable uncertainties of all 5 surveys. Additionally the surveyors *A* and *B* made an incomplete survey of this line.

To Figure 4:

The field-ridge *I* shows a wide spread between the 3 aerial surveys. The operator *F* straightened more. In this case, the better definition of the line is missing in the field. The line *L*, a ditch, has been surveyed worst by the field surveyor *B*. Possibly, *B* selected the northern or western edge of the ditch instead of the bottom. The lines *C*, *D*, *E*, *G* (roads and footpaths) as well as the line *F* (a field) show a very good coincidence between all five plottings.

7. Results of the plotting of lines

- The photogrammetry is able to plot "topographical lines" at least as well as the classical methods of survey, because the main difficulty is not the technical survey, but the correct interpretation of the topographic lines.
- The interpretation can be done more easily and more exactly from the air because of the better general view.
- It is possible to survey also things by photogrammetry which cannot be identified any more in the field (underground features).
- The inaccuracy of the field survey is at least of the same order as that of the aerial survey. Both methods can be characterized as being of the same accuracy.
- Each of the methods has its advantages and disadvantages which need not be pointed out here more.
- Greater certainty is demonstrated in the aerial method of survey. The survey of objects and lines is more complete and more true to nature.

8. Summary

By means of the test material "Oberriet" it is shown that, for graphical plotting 1 : 2 000, photogrammetry is equivalent to the classical field survey techniques. Four figures show the over-printed results of three photogrammetrical and two field surveys of the same area. Most of the differences shown must be identified as errors of interpretation, whereby the tests confirm that for the survey of natural lines greater confidence can be placed in the photogrammetrical interpretation.

Bibliography

see French version

Résultats complémentaires des transformations de coordonnées de l'essai d'«Oberriet» de la Commission C de l'OEEPE

(avec 4 figures et 11 tableaux)

Par Rudolf Förstner, Frankfurt a. M.

1. Introduction

Pour les premières transformations linéaires conformes des coordonnées modèle, on n'avait pas utilisé, dans tous les cas, les mêmes points de contrôle pour les modèles individuels [1]. Par conséquent, on a prévu de répéter ces transformations à l'aide des points de contrôle uniformes ou, d'éliminer l'influence des points de contrôle en utilisant tous les points de comparaison mesurés pour la transformation. Ce dernier procédé ne correspond pas à la pratique, c'est vrai, mais l'influence d'une erreur d'un point de contrôle sur les points de comparaison peut être déterminée théoriquement.

Déjà *Gotthardt* avait fait remarquer le manque d'homogénéité dans les premiers résultats. Ce problème s'est posé, parce que quelques centres de restitution se sont bornés à mesurer seulement des points bien visibles et d'identification certaine, tandis que d'autres centres ont admis une perte en sûreté de mesure dans l'intérêt d'une mesure complète. Ce manque a été rattrapé en sélectionnant tous les points mesurés ensemble pour chaque vol et en calculant de nouveau les erreurs moyennes par une transformation répétée. L'ITC à Delft s'est chargé de ces calculs et a transformé simultanément les coordonnées modèle également par voie affine pour en déterminer l'influence d'un retrait du film. Dans le tableau 1 nous avons reproduit de nouveau quelques données des vols photographiques pour autant qu'elles soient nécessaires à l'analyse ultérieure. Les restitutions des vols avec le numéro d'ordre 1', 2', 2" et 3' n'ont pas été transformées de nouveau. On n'a pas non plus transformé sept autres modèles. Dans un cas, le nombre des points de comparaison a été trop petit (modèle 53325). Dans les autres cas (centre de restitution 5, bandes 8 et 9) les coordonnées modèle n'étaient pas homogènes, selon l'avis du centre de restitution, parce que les passages individuels n'étaient pas mesurés par un seul opérateur.

2. Résultats des calculs

Pour faire une comparaison, nous disposons des résultats obtenus par trois transformations, à savoir:

- la transformation linéaire conforme de tous les points de comparaison à l'aide de cinq points de contrôle (T1);
- la sélection de tous les points mesurés ensemble d'une bande, ensuite la transformation linéaire conforme à l'aide de tous ces points (T2);

- la sélection de tous les points mesurés ensemble d'une bande, ensuite la transformation affine à l'aide de tous ces points (T3).

Les altitudes ont été adaptées séparément pour chaque modèle. Ici, aucune transformation affine n'a été calculée. Dans le tableau 2, nous avons reproduit les e. q. m. (valeurs estimées) pour les modèles individuels pour toutes les trois transformations. Nous avons pris les résultats de la première transformation linéaire conforme de la publication de Gotthardt [1] et nous les mentionnons pour comparaison. Les chiffres des modèles indiquent:

- 1^{er} chiffre: le centre de restitution,
- 2^e chiffre: l'appareil de restitution,
- 3^e chiffre: le numéro de la bande,
- 4^e chiffre: le numéro du modèle à l'intérieur de la bande, et
- 5^e chiffre: l'opérateur et la position de la base.

Pour le reste, nous nous référons aux chiffres indiqués en [1]. Si les centres de restitution n'ont pas utilisé des plaques compensatrices pour la compensation de la distorsion de l'objectif, les e. q. m. altimétriques m_z sont indiquées entre parenthèses. Naturellement, les nombres des points de comparaison pour chaque modèle n_2 et n_3 sont égaux.

Dans le tableau 3, nous avons reproduit, séparément par chaque centre de restitution, les e. q. m. de chaque vol et indiqué simultanément la moyenne arithmétique de toutes les restitutions de chaque vol. Au lieu des e. q. m. m_x et m_y , ce tableau contient l'e. q. m. de coordonnées m_k et le rapport $m_y : m_x$. Pour éliminer l'influence des différentes échelles image, nous avons transformé toutes les erreurs aussi en « μ m dans le cliché» (m'_k). Parfois il est avantageux de connaître la précision en « μ m dans le modèle», vu le fait que les coordonnées modèle sont nos valeurs observées. La quatrième colonne dans le tableau 3 comprend le rapport d'agrandissement ν en question, c'est-à-dire le rapport entre échelle modèle : échelle image à l'aide duquel nous avons calculé les e. q. m. en « μ m dans le modèle» (m''_k). Quelques centres de restitution ont restitué certains modèles à plusieurs reprises. Pour cette raison, quelquefois le nombre des modèles N mesurés ne correspond pas au nombre des modèles d'une bande dans le tableau 1. L'influence des plaques compensatrices sur la précision planimétrique n'est pas remarquable. Pour cette raison, nous avons reproduit pour chaque vol les mesures de tous les centres de restitution dans le tableau 3.

Dans le tableau 4, nous avons reproduit les e. q. m. altimétriques m_z correspondantes. Cette fois, nous avons séparé les restitutions «avec plaques compensatrices» et «sans plaques compensatrices».

Pour les altitudes, l'unité de lecture était différente, à savoir:

- 0,1 m pour les lectures en «m sur le terrain»,
- 0,01 mm pour les lectures en «mm dans le modèle».

Nous n'avons trouvé aucune note sur ces unités dans les rapports des centres de restitution. Si les mesures n'ont pas été imprimées, les unités de mesure sont incertaines. Quelquefois les listes de mesures comprennent des notes. Dans la plupart des cas, nous avons conclu à l'aide des données des mesures à l'unité de mesure. Les mesures à 0,05 m peuvent être la moyenne de deux lectures au décimètre chacune. En certains cas, l'unité de lecture était même 0,01 m ou 0,02 m respectivement.

3. Analyse des erreurs quadratiques moyennes (valeurs estimées)

Il y a quelques temps que Stickler et Waldhäusl avaient déjà interprété les résultats où le centre de Vienne était concerné (cf. [2]). Mais, dans ce cas, on avait supprimé tous les vols auxquels le centre de Vienne n'avait pas participé. En outre, tous les modèles, mesurés à l'aide du Wild A8 et du Santoni SIII, étaient omis parce qu'il ne paraissait pas opportun de faire les moyennes de leurs résultats et des résultats des autres types d'appareils, à cause de la grandeur défavorable du repère de collimation du A8 en comparaison du format des signaux. Cela ne concerne que le vol 8. Mais la différence des e. q. m. en « μ m dans le modèle» de ces deux types d'appareils ne s'élève qu'à 20 % environ pour la planimétrie ainsi que pour l'altitude également. Cependant, vu le fait que les e. q. m. dans les deux groupes montrent des différences semblables, nous avons utilisé toutes ces mesures pour notre analyse, d'autant plus qu'une partie des modèles (restitutions 528 et 548) n'était pas transformée de nouveau.

Pour une première comparaison, les figures 1 et 2 montrent les e. q. m. planimétriques et altimétriques pour chaque bande en fonction du dénominateur d'échelle. Les figures 1.1 et 2.1 correspondent à celles de Gotthardt [1]. Nous avons supprimé les mesures «sans plaques compensatrices» pour les e. q. m. altimétriques. Les grandes valeurs m_k sont frappantes pour la bande 2 par rapport à celles de la bande 3.

Pour l'analyse ultérieure, nous avons reproduit de nouveau, dans le tableau 5, les e. q. m. de coordonnées m_k pour les bandes individuelles de vol obtenues du tableau 3 et nous avons fait les moyennes des résultats pour chacune des trois chambres de prise de vues, c'est-à-dire les bandes 1 à 3, 4 à 6 et 7 à 9 respectivement (cf. aussi [3]). D'une manière semblable, nous pouvons faire les moyennes des résultats des bandes en trois groupes, par altitudes de vol, pour déterminer l'influence d'une modification de l'altitude de vol, à savoir les bandes 1, 4 et 7 etc. Ces altitudes de vol s'élèvent en moyenne à environ 1000, 1700 et 2500 m respectivement (cf. tableau 1). Conformément, le tableau 6 comprend les e. q. m. altimétriques m_z . Nous avons traité séparément les résultats figurant dans le tableau 4b. Nous pouvons éliminer l'influence de l'angle de champ des chambres de prise de vues en transformant, grâce au rapport de base ϑ , l'e. q. m. altimétrique m_z en une e. q. m. de parallaxe horizontale m_{px} (cf. [4]).

Ensuite nous comparons, l'une après l'autre, les e. q. m. de coordonnées, les e. q. m. altimétriques et les e. q. m. des parallaxes horizontales. Pour déterminer l'influence de la caractéristique de la transformation, nous avons reproduit dans le tableau 7 les différents rapports V'_k et V'_z des e. q. m. de coordonnées m'_k et des e. q. m. altimétriques m'_z tirées

des tableaux 5 et 6. Nous avons utilisé comme une unité chaque fois l'e. q. m. de l'une des transformations. Vu le fait que les rapports d'agrandissement v à l'intérieur des restitutions individuelles de chaque vol ne diffèrent que de peu, les rapports V' obtenus de m' sont à peu près égaux aux rapports V'' obtenus de m'' . Dans le tableau 8, nous avons rassemblé d'une manière similaire des rapports additionnels V_k des e. q. m. de coordonnées et, dans le tableau 9, des rapports V_z des e. q. m. altimétriques. Ici, nous avons utilisé en premier lieu comme unité l'e. q. m. pour une chambre de prise de vues (K) et ensuite l'e. q. m. pour une altitude de vol (H). La dernière ligne du tableau 9 comprend le rapport des e. q. m. obtenu dans les restitutions des vols 1 à 3 avec et sans plaques compensatrices.

Nous avons assumé un niveau de confiance de 95 % pour les comparaisons. Au lieu du test conventionnel de Fisher, nous avons appliqué un procédé approché à cause de la grande dimension des échantillons (cf. [5], p. 82). Dans les tableaux 7, 8 et 9, des valeurs non significatives sont marquées en particulier.

3.1. Erreurs des coordonnées m_k

3.1.1. Influence de la caractéristique de transformation (T)

Du tableau 7, il découle:

- Le rapport des e. q. m. m'_k obtenues par la transformation 1 et des e. q. m. obtenues par la transformation 2 est environ 1,00 : 0,75. Les rapports V'_k sont presque constants pour tous les neuf vols. Naturellement, nous pouvons assumer que l'adaptation est meilleure sur tous les points que l'adaptation sur peu de points. Mais nous ne devons pas oublier qu'on n'a pas tenu compte, dans la transformation 2, d'environ 35 % des mesures, à savoir probablement pour la plupart des mesures des points mal identifiées. Ce n'est qu'à titre complémentaire que nous avons indiqué, dans le tableau 7, le rapport $n_2 : n_1$ des nombres de points y correspondant. Pour être en état de donner un renseignement fidèle, il nous faut soit répéter la transformation 1 avec les points sélectionnés pour la transformation 2, soit séparer en deux groupes les points pour transformation 1.
- Le rapport V'_k des e. q. m. obtenues par la transformation 3 et par la transformation 1 ne peut pas être interprété sans équivoque parce qu'il est nécessaire de tenir compte des deux paramètres, à savoir nombre de points et caractéristique de transformation.
- Pour les photographies sur film, le rapport des e. q. m. m'_k obtenues par la transformation 2 et des e. q. m. obtenues par la transformation 3 s'élève à environ 1,00 : 0,75. Par conséquent, la transformation affine rapporte un avantage qui est aussi significatif. Pour les photographies sur plaques, le rapport 1 : V'_k est dans les deux cas environ 1,00 : 0,95. Le gain de précision est petit, c'est vrai, mais aussi significatif pour les deux chambres à plaques, si nous calculons chaque fois la moyenne totale de toutes les observations. Cependant, cela ne s'applique pas pour les vols individuels.

3.1.2. L'influence de la chambre de prise de vues (K)

Du tableau 8, il découle:

- Les rapports V'_k et V''_k respectivement sont à peu près égaux pour les transformations 1 et 2. Cela résulte déjà de la remarque faite dans le paragraphe 3.1.1, selon laquelle les rapports V'_k sont ici presque constants pour tous les neuf vols.
- Pour les chambres à angle normal, K_1 et K_2 , le rapport des e. q. m. m'_k (μm dans le cliché) obtenues par la transformation conforme 2 est 1,00 : 0,70. Les résultats pour les photographies sur plaques sont, par conséquent, 30 % plus précis que pour les photographies sur film. Cela ne change pas, si nous prenons les e. q. m. m''_k (μm dans le modèle), vu le fait que les rapports individuels d'agrandissement v ne diffèrent que de peu.
- Pour les deux chambres à angle normal, K_1 et K_2 , le rapport des e. q. m. m'_k (μm dans le cliché) obtenues par la transformation affine 3 est 1,00 : 0,90. Cette petite différence des deux valeurs diminue encore si nous calculons avec les e. q. m. m''_k (μm dans le modèle). Elle est encore significative, c'est vrai, mais elle disparaît presque.
- Pour les deux chambres à plaques, K_2 et K_3 , les e. q. m. m'_k (μm dans le cliché) des transformations 2 et 3 sont à peu près égales. Cependant, si nous calculons avec m''_k (μm dans le modèle), le rapport des e. q. m. est 1,00 : 1,50. L'agrandissement considérable v dans les photographies grand'angulaires ne rapporte, par conséquent, aucun avantage malgré la précision de lecture plus favorable.

3.1.3. Influence de l'altitude de vol (H)

Du tableau 8, il découle encore:

- Les rapports V'_k et V''_k respectivement sont, en pratique, égaux pour toutes les trois caractéristiques de transformation.
- Dans l'ordre des altitudes de vol, le rapport des e. q. m. m_k est environ 1,00 : 1,00 : 0,70. A cause des e. q. m. du vol 2, le terme moyen de la proportion est un peu plus grand. Avec une altitude croissante et une échelle image décroissante respectivement, il résulte des e. q. m. de coordonnées m'_k plus petites pour la transformation conforme 2 ainsi que pour la transformation affine 3. La même constatation s'applique à m''_k , vu le fait que les valeurs v moyennées sont à peu près égales pour chaque altitude de vol (cf. tableau 5).

3.2. Erreurs altimétriques m_z et erreurs des parallaxes horizontales m_{px}

En ce qui concerne les erreurs altimétriques, nous ne distinguons que les deux transformations 1 et 2. Nous n'avons pas calculé une transformation affine pour les altitudes.

3.2.1. Influence de la caractéristique de transformation (T)

Du tableau 7, il découle:

- Le rapport des e. q. m. altimétriques m'_z obtenues par la transformation 1 et des e. q. m. obtenues par la transformation 2 est environ 1,00 : 0,75. Les rapports V'_z sont presque constants pour tous les neuf vols. En ce qui concerne le gain de précision, les mêmes remarques déjà faites concernant les erreurs de coordonnées sont d'application (cf. paragraphe 3.1.1).
- Pour les mesures effectuées sans plaques compensatrices, le rapport 1 : V'_z des e. q. m. s'élève aussi à environ 1,00 : 0,75.

3.2.2. Influence de la chambre de prise de vues (K)

Du tableau 9, il découle:

- Pour les deux chambres à angle normal, K_1 et K_2 , le rapport des e. q. m. m'_z et m'_{px} respectivement (μm dans le cliché) obtenues par la transformation 2 est 1,00 : 0,70. Par conséquent, les résultats obtenus à partir des photographies sur plaques sont 30 % plus précis que ceux obtenus à partir des photographies sur film. Cela ne change que de peu, si nous prenons les e. q. m. m''_z et m''_{px} respectivement (μm dans le modèle). Si nous calculons m_z en $^{\circ}/_{100} h_{v0}$, les différences disparaissent presque complètement.
- Pour comparer les deux chambres de prise de vues à plaques, K_2 et K_3 , il est commode d'éliminer de façon appropriée l'influence du rapport de base sur l'erreur altimétrique et de ne calculer qu'avec les e. q. m. des parallaxes horizontales m_{px} . Le rapport des e. q. m. m'_{px} (μm dans le cliché) est environ 1,00 : 1,35; et celui des e. q. m. m''_{px} même 1,00 : 2,00. Les e. q. m. des parallaxes horizontales sont, par conséquent, considérablement plus grandes pour les photographies grand'angulaires que pour les photographies à angle normal. Nous n'avons pas été en état d'en trouver une cause. Si nous considérons les e. q. m. altimétriques m'_z , les photographies grand'angulaires donnent finalement encore des e. q. m. altimétriques plus petites. Malgré la même longueur de base et les mêmes formats des clichés, les e. q. m. altimétriques ne sont pas proportionnelles à l'altitude de vol pour les deux chambres, car en ce cas 1 : V_z s'élève à 1,00 : 1,30.
- Les e. q. m. altimétriques m_z des mesures avec et sans plaques compensatrices sont dans le rapport d'environ 1,00 : 1,65, c'est-à-dire les e. q. m. des mesures avec plaques compensatrices sont environ 40 % plus petites que les e. q. m. des mesures sans plaques compensatrices.

3.2.3. Influence de l'altitude de vol (H)

Du tableau 9, il découle de plus:

- Les rapports V'_z et V''_z respectivement sont pratiquement égaux pour les deux caractéristiques de transformation.

- Dans l'ordre des altitudes de vol, le rapport des e. q. m. m'_z et m'_{px} respectivement (μm dans le cliché) est environ 1,00 : 0,80 : 0,65. Avec une altitude croissante et une échelle image décroissante respectivement, il résulte, par conséquent, des e. q. m. altimétriques m'_z plus petites. La même conclusion s'applique à m''_z (μm dans le modèle), vu le fait que les valeurs moyennées v sont à peu près égales pour chaque altitude de vol (cf. tableau 6).

4. Quelques remarques sur la transformation affine

Si la distorsion linéaire d'un film est différente dans les directions longitudinale et transversale, nous n'obtenons des modèles qui sont déformés de façon affine que dans le cas où les distorsions sont à peu près égales dans les deux clichés d'un modèle. Si ces distorsions sont inégales, il y a des déformations de modèle, même dans un terrain plat. Fréquemment, il est supposé que le retrait du film est la seule cause de l'affinité d'un modèle (cf. p. ex. [6]). Cependant, même si nous mesurons dans un système de coordonnées obliques, nous obtenons aussi une affinité.

Pour cette raison, nous avons calculé les distorsions principales à l'aide des constantes de la transformation affine, c'est-à-dire les facteurs échelle maxima et minima (M_1 et M_2) aussi bien que la direction principale γ dans laquelle le groupe de points est étendu (cf. l'Appendice). Comme axe de référence, nous avons choisi l'axe x (direction vers le nord) du système du levé national. Nous posons

$$Q_M = \frac{M_1}{M_2} = 1 + \Delta Q. \quad (1)$$

Vu le fait que dans notre cas

$$M_1 \approx M_2 \approx 1, \quad (2)$$

il découle

$$\Delta Q = \frac{M_1 - M_2}{M_2} \approx M_1 - M_2 = \Delta M. \quad (3)$$

Si nous mesurons un cercle avec l'équation

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (4)$$

dans un système de coordonnées obliques avec la même origine et le même axe x et si nous considérons ensuite, que les coordonnées obliques sont des coordonnées rectangulaires, le cercle devient une ellipse avec l'équation

$$x^2 + 2xy \sin \beta + y^2 = r^2. \quad (5)$$

Ici, β est l'écart de rectangularité de l'axe y dans le système de coordonnées obliques. Les axes principaux de l'ellipse se trouvent sur les bissectrices des angles renfermés par les axes de coordonnées rectangulaires. Le rapport des longueurs sur ces axes principaux est

$$Q_M = \frac{1 + \tan \frac{\beta}{2}}{1 - \tan \frac{\beta}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \sin \beta}{1 - \sin \beta}}. \quad (6)$$

Par conséquent, il découle

$$\Delta Q \approx \sin \beta \approx \beta. \quad (7)$$

Dans la dernière colonne du tableau 2, nous avons noté les valeurs ΔQ et γ pour chaque modèle.

Certains centres de restitution ont restitué une partie des modèles à plusieurs reprises, soit à l'aide d'appareils différents, soit par des opérateurs différents. De ces mesures multiples nous pouvons dériver la précision de ΔQ et de γ . Nous avons reproduit, dans le tableau 10, les résultats, à savoir séparément pour les vols. Les deux dernières lignes, cependant, comprennent les résultats, pour les vols 1 à 3 (photographies sur film) et les vols 4 à 8 (photographies sur plaques). n signifie le nombre total des restitutions et u le nombre des modèles mesurés à plusieurs reprises. Au total, il s'agit de 14 modèles mesurés en moyenne environ trois fois chacun indépendamment par les centres de restitution.

De la même manière, nous avons reproduit, dans le tableau 11, les résultats de toutes les $n = 122$ restitutions. Dans ce cas, nous avons d'abord groupé modèle par modèle les mesures des centres différents. u correspond au nombre des modèles utilisés dans la dernière colonne du tableau 1. Dans les deux dernières lignes, tableau 11, les résultats sont compris pour les vols 1 à 3 (photographies sur film) et les vols 4 à 9 (photographies sur plaques).

Des tableaux 10 et 11, il découle:

- Les valeurs $\Delta Q'$ obtenues pour les mesures dans les mêmes centres de restitution sont environ 10 % plus petites que les valeurs $\Delta Q''$ obtenues pour les mesures dans les centres différents.
- Le rapport de l'échelle pour les photographies sur film est avec $Q_M = 1,000\ 53$ considérablement plus grand que pour les photographies sur plaques avec $Q_M = 1,000\ 19$. Rapportée aux longueurs de bases, la différence en échelle correspond pour les photographies sur film à $38\ \mu\text{m}$ ($b = 72\ \text{mm}$) et pour les photographies sur plaques à $11\ \mu\text{m}$ ($b = 56\ \text{mm}$). La valeur relativement grande pour le vol 9 est frappante.
- L'e. q. m. $m_Q = m_{\Delta Q}$ obtenue pour les mesures dans les mêmes centres est aussi un peu plus petite - environ 20 % - que celle obtenue pour les mesures dans les centres différents.
- La différence des e. q. m. $m_Q = m_{\Delta Q}$ pour les photographies sur film et pour les photographies sur plaques résulte partiellement de la grande valeur obtenue dans le vol 2. Si nous convertissons de nouveau les e. q. m. des différences d'échelle en e. q. m.

de distances, rapportées aux longueurs de bases, nous trouvons $10\ \mu\text{m}$ et $6\ \mu\text{m}$ respectivement obtenant par là la précision approximative de mesure.

- La direction des axes d'affinité est presque constante dans les photographies sur film et s'élève à environ 34° . Dans les photographies sur plaques les variations sont considérablement plus grandes. Dans ce cas, les valeurs moyennes ne sont pas sûres parce que nous n'avons pas pu déterminer sans équivoque s'il nous fallait assumer des directions individuelles plus grandes ou plus petites que 200° . P. ex. la direction de l'axe d'affinité est-elle $\gamma = 29^\circ$ ou $\gamma = 229^\circ$ dans la restitution 11735 du modèle 3 dans la bande 7? (cf. les restitutions 51733 et 55735).
- Vu le fait que la direction de vol est aussi environ 30° vers le nord, pour les photographies sur film, un axe d'affinité se trouve dans la direction de vol. Par conséquent, il est presque certain que le retrait du film dans la direction de l'enroulement et dans la direction verticale y correspondante diffère et que ceci est la cause de la grande affinité.
- Concernant les photographies sur plaques, des défauts des appareils de restitution pourraient causer une affinité. La valeur $\gamma = 82^\circ$ ou $(\gamma) = 52^\circ$, référée à l'axe de vol (cf. tableau 10), p. ex. pourrait indiquer un système de coordonnées obliques pour la mesure. Par opposition, la valeur correspondante $\gamma = 124^\circ$ du tableau 11 est un peu trop grande.
- Les e. q. m. m_γ montrent clairement la sûreté avec laquelle les axes d'affinité peuvent être déterminés. Concernant les photographies sur film, nous avons trouvé, dans les mesures répétées d'un seul centre de restitution, $m_\gamma = 6^\circ$, et, dans les mesures des centres différents, $m_\gamma = 13^\circ$. Ces erreurs se rapportent aux valeurs individuelles. Les valeurs moyennes sont naturellement plus précises.
- Les valeurs correspondantes pour les photographies sur plaques, cependant, sont $m_\gamma = 26^\circ$ et 39° respectivement. Ici, on voit aussi les conséquences de l'incertitude dans la définition de γ , déjà mentionnée au-dessus. Dans le cas où il n'y a aucune affinité dans les photographies sur plaques, les valeurs γ doivent être réparties régulièrement sur le cercle, c'est-à-dire se trouver entre 0° et 200° . La valeur moyenne doit être 100° et l'écart moyen de cette valeur moyenne $m_\gamma = 58^\circ$. Nos valeurs m_γ , cependant, sont considérablement plus petites. C'est pourquoi on doit compter sur une affinité aussi dans les photographies sur plaques. Naturellement, la détermination de γ sera d'autant plus incertaine que l'affinité sera plus petite, c'est-à-dire plus $Q_M \rightarrow 1$.

La figure 3 montre une revue générale des valeurs Q_M et γ . Nous y avons indiqué les valeurs ΔQ en fonction de la direction γ pour le vol 1 (photographie sur film) et pour le vol 4 (photographies sur plaques). Nous y voyons les dispersions des mesures d'un seul centre de restitution ainsi que celles des centres différents. Il est remarquable p. ex. que sur figure 3.2 presque toutes les valeurs se trouvent entre $\gamma = 40^\circ$ et $\gamma = 160^\circ$.

Plus l'affinité est grande, plus la différence des e. q. m., obtenues par des transformations conforme et affine, doit être grande (cf. [7]). Il y a évidemment une interdépendance entre Q_M et le rapport $1 : V'_k$ des e. q. m., que nous avons traité dans le paragraphe 3.1.1.

Nous avons représenté cette interdépendance dans la figure 4 et ceci séparément pour les trois chambres de prise de vues. Certaines valeurs V'_k sont plus grandes que 1, soit qu'il s'agisse des arrondissements défavorables aux chiffres inférieur ou supérieur, ou que l'affinité soit tellement petite que l'e. q. m. obtenue par la transformation affine devient plus grande pour la seule raison qu'ici le nombre des inconnues est plus grand que dans la transformation conforme. La dispersion est relativement grande, c'est vrai, mais on peut voir que les écarts les plus grands sont fréquemment dans les mêmes modèles (cf. p. ex. vol 2, modèle 3 ou vol 3, modèle 2). Nous avons constaté qu'il y a une relation entre les grands écarts et la distribution des points. P. ex. dans des groupes de points étendus, le côté long détermine l'échelle aussi dans une transformation conforme, de sorte que, dans ce cas, avec une transformation affine l'avantage sera petit.

De toutes les mesures, il découle:

$$\frac{1}{V'_k} \approx 1 + 0,9 \Delta Q^2 \cdot 10^6 \quad (8)$$

et

$$V'_k \approx 1 - 0,65 \Delta Q^2 \cdot 10^6 \quad (9)$$

respectivement.

Dans la figure 4, nous avons indiqué le cours de cette courbe. Vu le fait que la distribution des points est très irrégulière à l'intérieur des modèles individuels, nous avons renoncé à l'influence du format du cliché calculée par Ahrend [7].

5. Résultats de l'analyse

Finalement, nous résumons encore une fois les résultats les plus importants de notre analyse:

- La transformation affine des coordonnées modèle a rapporté clairement un gain de précision dans les photographies sur film. Par opposition aux résultats de la transformation conforme, l'e. q. m. a été réduite d'environ 30 %.
- Naturellement, plus grande est l'affinité des coordonnées modèle plus grand est le gain de précision par une transformation affine.
- Dans les photographies sur film, la direction des axes d'affinité a coïncidé avec la direction de vol. Pour cette raison nous pouvons supposer qu'un retrait du film ait causé l'affinité. Vu le fait que dans notre essai il s'y agit de films acétate, il serait à examiner quelle est la grandeur de la déformation, si des films sur base polyester sont utilisés.
- Nous avons constaté une petite affinité dans les photographies sur plaques également, malgré le fait qu'on ne pouvait s'y attendre. S'il y a des défauts d'appareil, p. ex. un système de coordonnées obliques, les axes d'affinité devraient coïncider avec les bissec-

trices des angles renfermés par les axes de coordonnées de l'appareil de restitution. Ceci n'est pas exactement le cas chez nous. Pour les petites affinités, cependant, la direction des axes d'affinité est très incertaine et, pour les mesures effectuées à plusieurs reprises, on ne peut pas toujours indiquer si on doit assumer la valeur γ ou la valeur $\gamma + 200^\circ$ comme direction.

- Après la transformation affine des coordonnées modèle, les e. q. m. ont été à peu près égales pour les photographies sur film ainsi que pour les photographies sur plaques.
- Nous n'avons pas étudié si les e. q. m. se réduisent dans la même grandeur par une transformation affine effectuée à l'aide de quelques points de contrôle.
- Vu le fait qu'aujourd'hui la caractéristique de transformation n'influence plus le temps de calcul, on pourrait faire, en principe, une transformation affine au lieu d'une transformation conforme des coordonnées modèle dans le système du levé national. Cependant, il est recommandé — du moins en ce qui concerne les travaux de recherche — d'examiner couramment l'affinité, c'est-à-dire de déterminer la direction γ des axes d'affinité par rapport aux axes de vol et le système des coordonnées modèle respectivement ainsi que le rapport d'échelle Q_M dans les deux axes principaux de l'affinité.
- L'adaptation à tous les points de comparaison a déjà rapporté un gain de précision par opposition à l'adaptation aux points de contrôle. Dans les photographies sur film ce gain correspond à celui d'une transformation affine par opposition à une transformation conforme. Si, à l'avenir, l'affinité obtenue à partir des films à base polyester est considérablement plus petite, l'erreur obtenue par l'adaptation aux points de contrôle serait plus importante.

Outre ces remarques sur l'affinité, nous mentionnons encore:

- Dans les photographies sur plaques, les e. q. m. des parallaxes horizontales m'_{px} en « μm dans l'image» pour les prises de vues à angle normal étaient plus petites que pour les prises de vues grand'angulaires. Par conséquent, le rapport de base plus grand dans les prises de vues grand'angulaires n'a qu'un effet partiel sur l'e. q. m. altimétrique.
- Avec une altitude croissante et une échelle image décroissante respectivement, il en découle des e. q. m. planimétriques et des e. q. m. altimétriques plus petites en « μm dans le cliché».

Appendice

Nous partons des équations:

$$\begin{aligned}x' &= a_0 + a_1x + a_2y, \\y' &= b_0 + b_1x + b_2y.\end{aligned}$$

En forme de paramètres ces équations sont:

$$\begin{aligned}x &= u, \\y &= v\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}x' &= a_0 + a_1u + a_2v, \\y' &= b_0 + b_1u + b_2v.\end{aligned}$$

Par conséquent, nous obtenons les paramètres fondamentaux du premier ordre de Gauss (cf. [8] et [9]):

$$\begin{aligned}E &= 1, \\F &= 0, \\G &= 1\end{aligned}\tag{13}$$

et

$$\begin{aligned}E' &= a_1^2 + b_1^2, \\F' &= a_1a_2 + b_1b_2, \\G' &= a_2^2 + b_2^2.\end{aligned}\tag{14}$$

Si la distorsion linéaire maxima est M_1 et la distorsion minima est M_2 , nous obtenons les carrés de ces deux échelles principales comme des solutions de l'équation quadratique en M^2 :

$$M^4 (EG - F^2) - M^2 (EG' - 2FF' + GE') + E'G' - F'^2 = 0.\tag{15}$$

Par conséquent, nous obtenons ensemble avec les équations (13) et (14):

$$\begin{aligned}M_1^2 &= \frac{1}{2} (A + B), \\M_2^2 &= \frac{1}{2} (A - B).\end{aligned}\tag{16}$$

Dans ces équations nous avons:

$$\begin{aligned}A &= E' + G', \\B &= \sqrt{(E' - G')^2 + 4F'^2}.\end{aligned}\tag{17}$$

Nous obtenons les directions des distorsions linéaires extrêmes à l'aide de l'équation:

$$\tan 2\gamma = \frac{2(EF' - FE') \sqrt{EG - F^2}}{2F(EF' - FE') + E(GE' - EG')}.\tag{18}$$

Ensemble avec les équations (13), il en découle:

$$\tan 2\gamma = \frac{2F'}{E' - G'}.\tag{19}$$

L'équation (19) donne deux valeurs γ , différant de 100° .

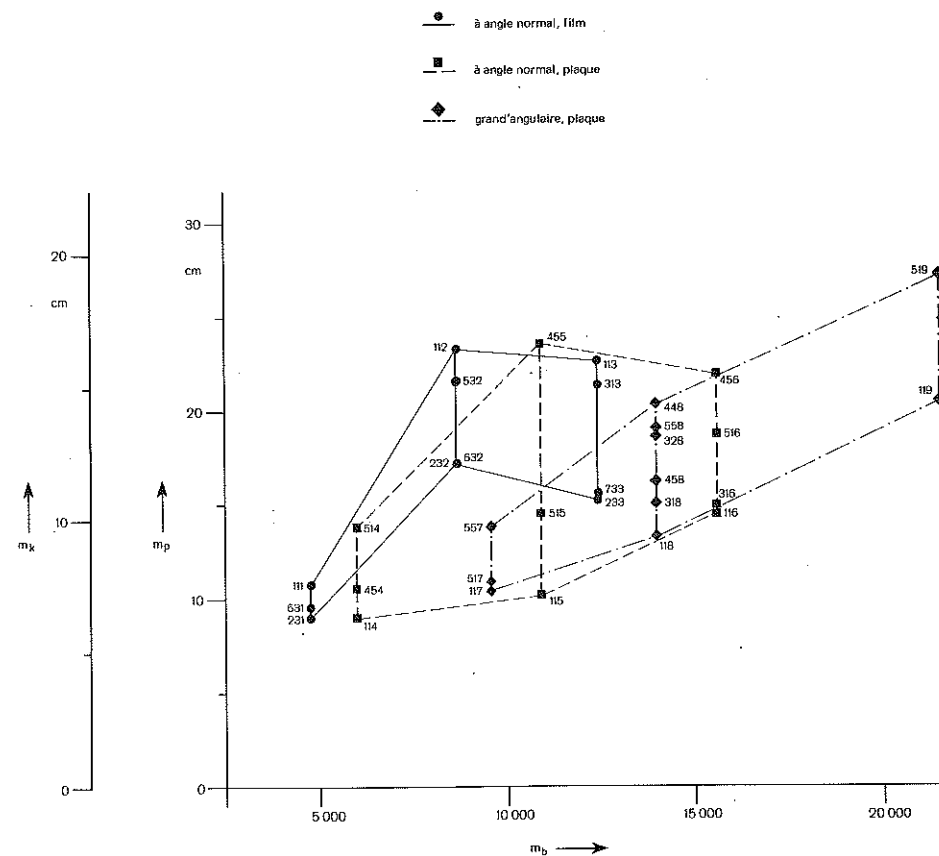
Dans notre cas, nous pouvons négliger la différence des angles γ' correspondants dans la surface cartographique, car nous avons:

$$\tan \gamma' = \frac{M_2}{M_1} \tan \gamma.\tag{20}$$

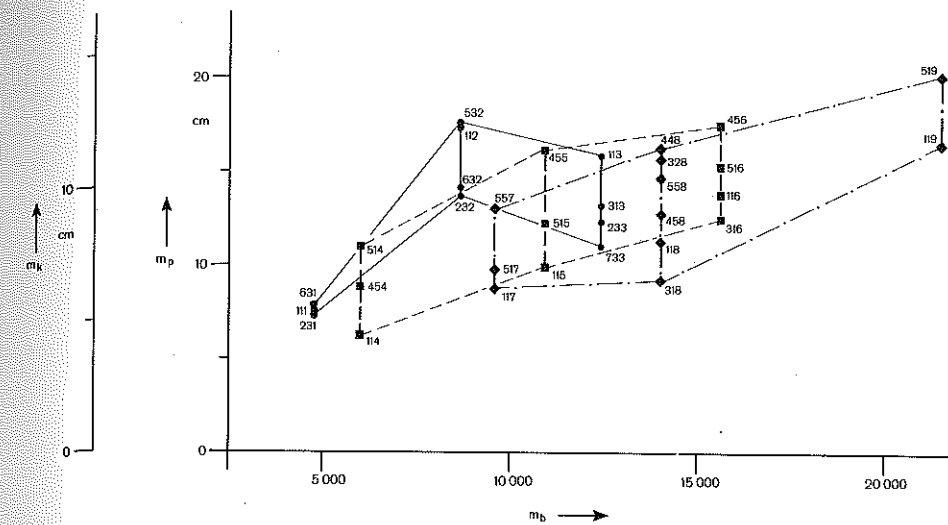
Nous obtenons la différence maxima ω_m entre γ et γ' de l'équation:

$$\tan \omega_m = \frac{M_1 - M_2}{2 \sqrt{M_1 M_2}} \approx \frac{\Delta M}{2} = \frac{\Delta Q}{2}.\tag{21}$$

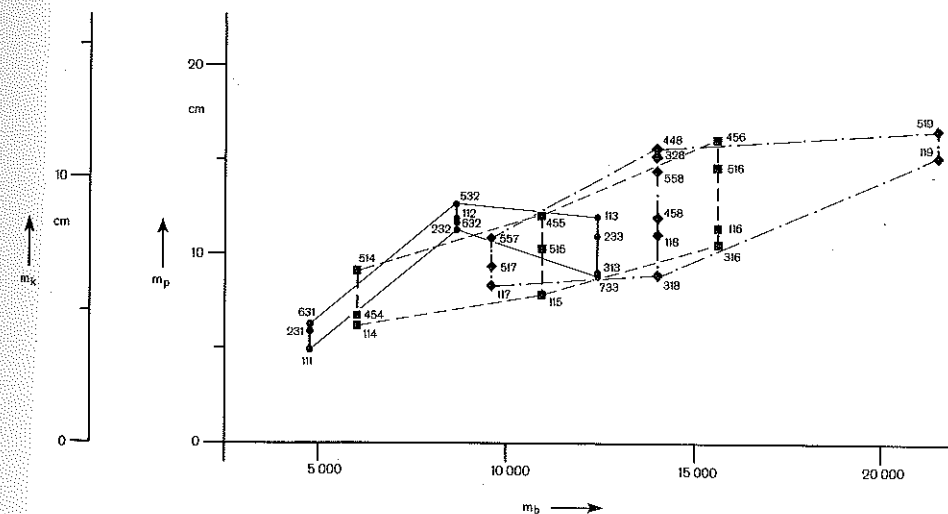
Figure 1 — Erreurs quadratiques moyennes de coordonnées m_k
r. m. s. co-ordinate errors m_k



1.1 Transformation conforme sur points de contrôle
Conformal transformation with control points

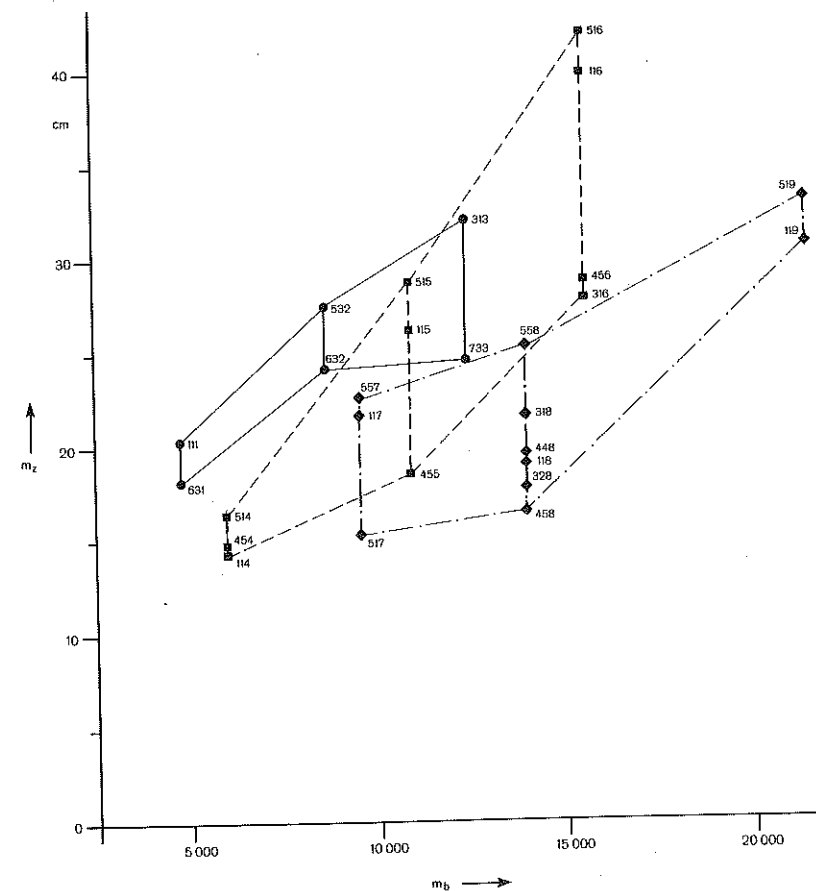


1.2 Transformation conforme sur tous les points mesurés ensemble
Conformal transformation with all common-measured points

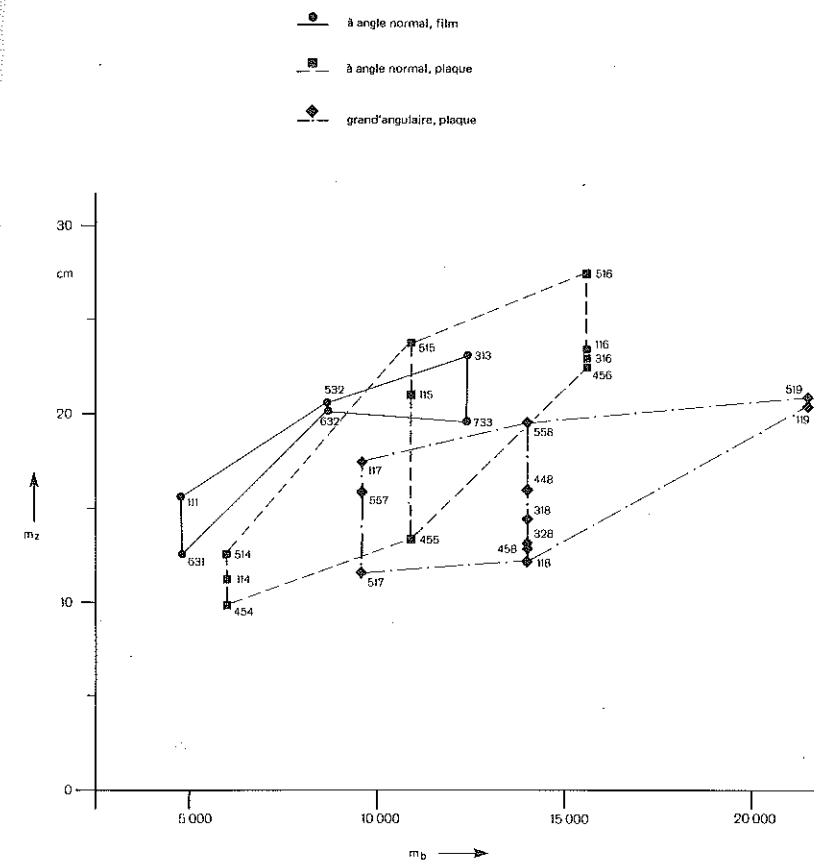


1.3 Transformation affine sur tous les points mesurés ensemble
Affine transformation with all common-measured points

Figure 2 — Erreurs quadratiques moyennes altimétriques m_z
r. m. s. height errors m_z



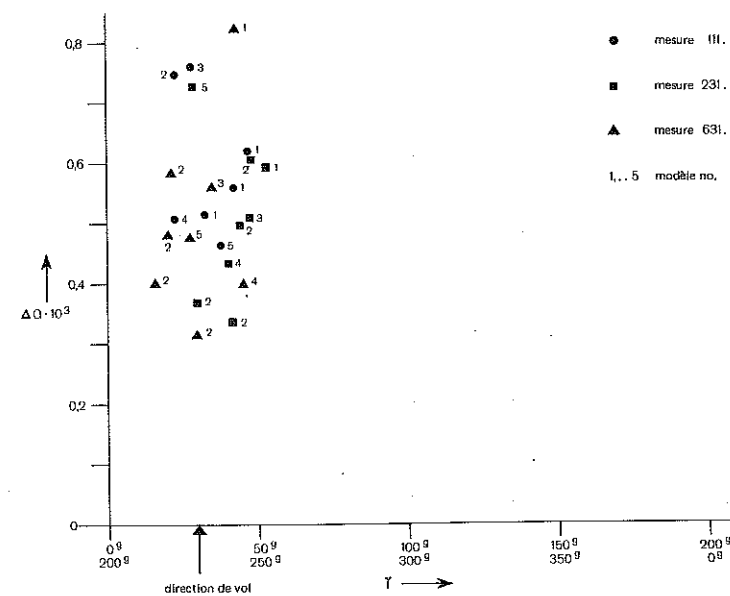
2.1 Transformation conforme sur points de contrôle
Conformal transformation with control points



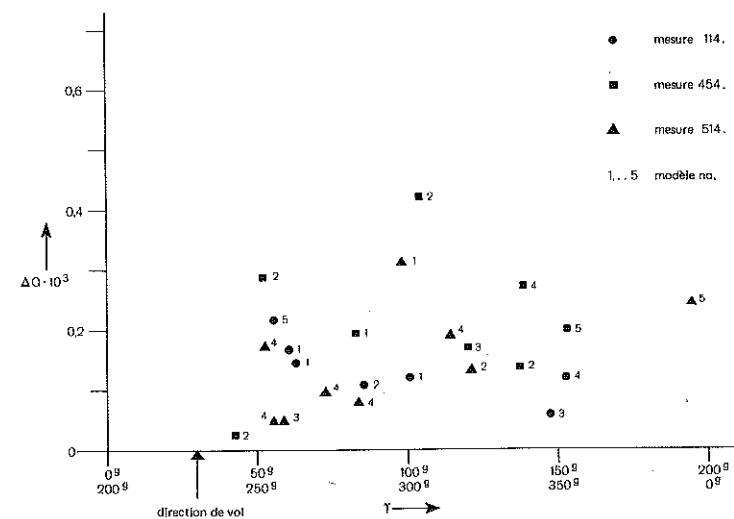
2.2 Transformation conforme sur tous les points mesurés ensemble
Conformal transformation with all common-measured points

Figure 3

Relation entre la direction γ des axes d'affinité et la différence d'échelle $\Delta Q = \Delta M$
 Relation between the direction γ of the axes of affinity and the scale difference $\Delta Q = \Delta M$



3.1 Vol 1 (photographies sur film) Flight 1 (film photographs)



3.2 Vol 4 (photographies sur plaques) Flight 4 (plate photographs)

Figure 4

Relation entre la différence d'échelle ΔQ et ΔM respectivement et le rapport $1 : V_k'$ des erreurs quadratiques moyennes obtenues par les transformations 2 et 3
 Relation between the scale difference ΔQ and ΔM respectively and the ratio $1 : V_k'$ of the r. m. s. errors from the transformations 2 and 3

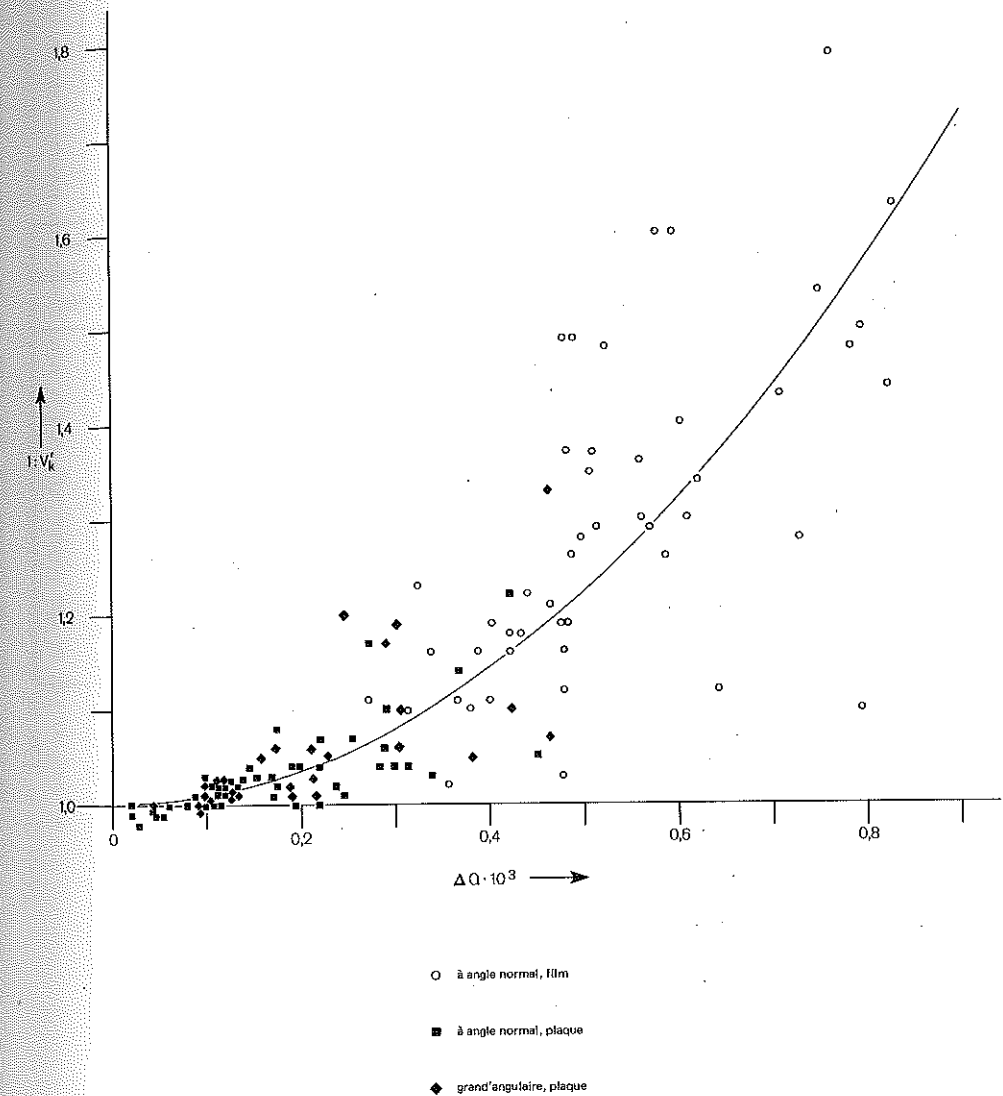


Tableau 1 — Quelques données des vols photographiques
Table 1 — Some data of the survey flights

vol	chambre	f [cm]	matériel photo- graphique	hg [m]	échelle image	p [%]	ϑ	nombre des modèles utilisés
1	RC 5	21	film	1 000	1 : 4 770	60	0,34	5
2	RC 5	21	film	1 820	1 : 8 660	63	0,32	3
3	RC 5	21	film	2 600	1 : 12 400	65	0,30	2
4	RC 7	17	plaques	1 020	1 : 6 000	64	0,30	5
5	RC 7	17	plaques	1 850	1 : 10 900	59	0,34	3
6	RC 7	17	plaques	2 650	1 : 15 600	62	0,31	3
7	RC 7	10	plaques	960	1 : 9 600	60	0,56	3
8	RC 7	10	plaques	1 400	1 : 14 000	64	0,51	2
9	RC 7	10	plaques	2 150	1 : 21 500	61	0,54	2

ainsi que liste des valeurs ΔQ et γ dans la transformation affine
Table 2 — List of the r.m.s. errors (estimated values) of the three transformations,
as well as list of the values ΔQ and γ with the affine transformation

vol	modèle	transformation 1			transformation 2			transformation 3			γ [°]
		n	m_x [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	n	m_x [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	ΔQ · 10 ⁵	
1	11114	52	4,6	6,6	18,9	43	3,6	5,3	16,7	56	42
	11115	52	5,0	4,6	11,6	43	4,6	4,2	9,1	51	33
	11116	51	4,7	6,5	27,3	43	3,4	6,3	17,0	62	47
	11123	72	8,6	6,4	21,4	40	6,3	5,6	13,8	75	23
	11134	131	9,8	8,3	21,8	110	7,2	6,2	20,6	76	28
	11145	145	10,2	7,9	22,0	60	4,2	4,4	11,5	51	22
	11156	92	3,7	6,0	13,4	83	4,0	4,7	11,9	46	38
	111	595	8,0	7,1	20,3	422	5,3	5,4	15,6	15,6	
	23112	44	5,2	6,7	(20,1)	43	3,7	5,9	(16,9)	(16,9)	53
	23121	42	6,2	4,9	(32,5)	40	4,6	4,9	(26,3)	(26,3)	44
	23123	42	5,3	8,3	(44,7)	40	4,4	6,9	(21,8)	(21,8)	48
	23124	41	5,4	5,4	(33,1)	40	4,8	4,8	(30,0)	(30,0)	37
	23126	42	4,3	4,6	(22,6)	40	3,9	4,0	(19,6)	(19,6)	34
	23132	115	8,6	6,6	(28,2)	110	4,5	6,2	(22,5)	(22,5)	51
	23141	64	4,9	6,2	(24,0)	60	3,9	5,1	(18,5)	(18,5)	47
	23152	87	6,8	6,0	(43,6)	83	6,9	5,8	(18,6)	(18,6)	40
	231	477	6,5	6,3	(32,6)	456	4,9	5,6	(21,8)	(21,8)	29
	63112	52	5,6	9,1	17,9	43	4,4	6,7	11,1	11,1	43
	63121	75	5,2	6,2	10,5	40	4,4	4,6	9,5	9,5	30
	63122	75	7,5	7,1	18,7	40	5,3	5,3	12,5	12,5	20
	63123	75	6,5	5,9	13,6	40	4,9	3,9	9,3	9,3	16
	63124	74	9,4	7,2	25,9	40	5,9	5,6	15,5	15,5	22
	63132	130	7,5	6,3	20,5	110	6,2	6,5	14,0	14,0	35
	63141	143	6,8	6,5	15,0	60	4,0	6,1	8,9	8,9	45
	63152	92	5,4	6,2	19,7	83	5,1	5,1	13,9	13,9	28
	631	716	6,9	6,7	18,2	456	5,2	5,7	12,5	12,5	

Tableau 2 (suite) — Table 2 (continued)

vol	modèle	transformation 1			transformation 2			transformation 3			γ [°]
		n	m_x [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	n	m_x [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	ΔQ $\cdot 10^5$	
2	11212	190	12,2	21,7	(32,7)	149	11,1	15,1	(27,0)	79	46
	11221	346	21,2	15,0	(40,5)	226	13,2	12,1	(29,0)	78	29
	11232	221	13,8	9,6	(35,1)	61	5,4	8,1	(25,5)	64	46
	112	757	17,2	15,7	(37,1)	436	11,7	12,8	(27,9)		
	23212	196	10,4	16,5	(47,9)	149	8,2	12,8	(33,9)	48	62
	23221	291	10,4	13,5	(31,8)	226	8,9	10,1	(26,3)	49	36
	23232	73	6,6	8,6	(55,5)	61	6,5	6,9	(31,8)	36	176
	232	560	10,0	14,1	(41,5)	436	8,4	10,8	(29,9)		
	53213	241	14,2	14,9	35,0	149	12,3	10,4	22,2	57	33
	53214	245	16,6	16,3	17,2	149	13,9	10,7	14,2	71	32
3	53224	351	19,1	13,9	26,5	226	14,6	12,6	22,4	82	24
	53233	240	11,9	13,1	29,1	61	8,8	9,6	22,1	79	39
	532	1077	16,1	14,5	27,5	585	13,4	11,3	20,6		
	63212	219	14,0	11,6	29,8	149	10,9	10,5	25,8	60	34
	63213	216	13,7	12,7	16,6	149	10,7	10,4	15,6	42	40
	63221	346	12,1	10,0	24,0	226	10,1	8,8	17,4	42	25
	63232	230	11,4	13,0	24,7	61	8,3	9,3	23,8	48	11
	632	1011	12,7	11,7	24,2	585	10,3	9,7	20,2		
	11312	152	13,1	17,6	(54,9)	112	9,8	10,9	(36,6)	48	29
	11321	367	18,4	13,6	(78,5)	224	12,1	11,0	(61,3)	58	27
	113	519	17,0	14,9	(72,4)	336	11,4	11,0	(54,5)		

Tableau 2 (suite) — Table 2 (continued)

vol	modèle	transformation 1			transformation 2			transformation 3			γ [°]
		n	m_x [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	n	m_x [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	ΔQ $\cdot 10^5$	
3 (suite)	23312	161	8,5	9,5	(45,4)	112	8,0	7,3	(36,1)	39	41
	23314	160	10,1	12,9	(69,2)	112	7,4	10,1	(54,7)	38	52
	23321	364	10,1	12,2	(59,2)	224	9,0	9,1	(42,8)	27	49
	233	685	9,8	11,8	(58,8)	448	8,4	9,0	(44,7)		
	31312	202	8,9	11,7	22,9	112	7,3	6,8	19,4	48	31
	31321	462	13,4	11,2	36,8	224	10,8	9,6	22,9	52	28
	31322	462	26,3	10,9	29,5	224	9,5	9,3	23,4	49	32
	31324	457	13,3	14,0	32,8	224	9,2	9,5	24,5	48	33
	313	1583	17,7	12,0	32,0	784	9,5	9,1	23,1		
	73312	136	8,7	7,1	17,9	112	7,7	7,4	13,3	44	35
4	73321	335	14,7	8,6	26,8	224	7,5	8,2	22,0	33	24
	733	471	13,3	8,2	24,6	336	7,6	8,0	19,6		
	11413	52	3,9	4,3	11,8	44	3,5	3,9	9,5	12	101
	11414	52	3,9	4,1	12,9	44	3,6	3,7	10,6	15	64
	11416	53	5,2	5,0	13,5	44	4,0	4,3	11,6	17	61
	11425	64	5,6	7,2	13,2	49	4,6	6,1	13,3	11	75
	11434	98	5,7	5,2	11,7	72	4,9	5,0	10,1	6	147
	11445	134	5,5	5,3	13,2	71	4,8	4,2	10,7	12	152
	11454	93	4,4	5,4	20,1	61	3,2	4,5	12,4	22	55
	114	546	5,1	5,3	14,3	385	4,2	4,6	11,2		

Tableau 2 (suite) — Table 2 (continued)

vol	modèle	transformation 1				transformation 2				transformation 3					
		n	m_x [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	n	m_x [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	n	m_x [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	$\Delta Q \cdot 10^5$	γ [°]
4 (suite)	45411	49	7,3	11,4	13,7	44	6,0	8,2	8,9	44	5,9	8,1	8,9	19	83
	45421	54	4,3	4,8	16,8	49	4,0	4,6	8,5	49	3,9	4,5	8,5	14	137
	45422	55	5,9	6,9	9,5	49	5,1	5,4	9,4	49	4,3	5,1	9,4	29	52
	45423	53	4,1	6,4	14,2	49	3,9	5,6	11,8	49	3,9	5,7	11,8	3	42
	45424	54	7,4	8,4	18,9	49	6,3	5,4	11,1	49	4,7	4,9	11,1	42	104
	45431	85	5,6	6,6	16,7	72	4,5	5,7	9,0	72	4,3	5,6	9,0	17	120
	45441	89	4,2	6,2	13,2	71	4,0	4,6	10,5	71	3,5	3,9	10,5	27	139
	45451	71	5,8	4,6	10,0	61	4,1	4,0	9,0	61	4,0	3,8	9,0	20	153
	454	510	5,6	7,0	14,4	444	4,7	5,5	9,8	444	4,3	5,2	9,8		
	51415	50	8,9	7,6	14,5	44	7,0	6,9	11,8	44	6,6	6,7	11,8	31	99
5	51426	61	5,6	4,9	19,9	49	4,2	4,5	13,7	49	4,0	4,4	13,7	13	121
	51439	109	6,9	9,9	15,6	72	5,7	8,7	13,0	72	5,7	8,7	13,0	5	58
	514411	144	5,6	11,0	16,2	71	5,2	7,9	12,3	71	5,1	7,9	12,3	10	73
	514412	146	6,6	12,6	14,8	71	5,5	8,8	11,7	71	5,5	8,8	11,7	5	56
	51442	142	6,5	9,6	16,3	71	5,4	6,3	11,2	71	5,2	6,2	11,2	17	53
	51443	142	6,7	12,0	17,5	71	5,7	8,2	13,1	71	5,7	8,2	13,1	8	84
	51444	137	6,6	5,9	14,8	71	5,8	5,0	13,9	71	5,6	4,8	13,9	19	114
	51459	95	7,4	11,1	18,8	61	4,6	8,8	12,1	61	4,4	8,8	12,1	24	195
	514	1026	6,7	10,2	16,4	581	5,5	7,5	12,6	581	5,4	7,5	12,6		
	11516	187	7,3	10,5	27,8	134	5,8	7,9	22,6	134	5,9	7,6	22,6	15	75
	11525	303	5,7	7,7	26,9	196	4,9	5,9	21,5	196	4,4	5,6	21,5	17	189
	11536	177	6,0	4,8	23,2	123	5,5	4,1	17,8	123	5,5	4,1	17,8	5	172
	115	667	6,3	8,0	26,2	453	5,4	6,2	21,0	453	5,2	5,9	21,0		

Tableau 2 (suite) — Table 2 (continued)

vol	modele	transformation 1				transformation 2				transformation 3					
		n	m _x [cm]	m _y [cm]	m _z [cm]	n	m _x [cm]	m _y [cm]	m _z [cm]	n	m _x [cm]	m _y [cm]	m _z [cm]	ΔQ · 10 ⁵	γ [°]
5 (suite)	45511	150	8,4	12,9	18,0	134	7,5	11,3	13,7	134	7,1	10,8	13,7	28	147
	45521	216	14,1	19,1	19,2	196	7,9	8,7	17,0	196	7,1	8,4	17,0	25	118
	45531	136	25,7	15,2	18,4	123	10,2	8,0	12,8	123	10,2	7,7	12,8	24	151
	455	502	16,9	16,4	18,6	453	8,5	9,4	13,3	453	8,1	9,0	13,3		
6	51517	150	8,5	15,3	26,4	134	6,7	10,8	23,0	134	6,7	10,8	23,0	11	86
	51526	289	8,7	11,5	29,1	196	6,8	7,0	25,3	196	6,8	6,8	25,3	12	158
	51537	160	7,7	8,3	30,5	123	5,8	6,4	21,9	123	5,8	6,4	21,9	11	174
	515	599	8,4	11,9	28,7	453	6,5	8,2	23,8	453	6,5	8,1	23,8		
	11614	227	10,8	10,0	47,4	144	7,8	9,2	23,4	144	7,6	8,4	23,4	22	62
	11623	365	8,5	9,9	37,2	261	7,8	8,9	23,9	261	7,6	8,7	23,9	10	86
	11634	105	14,8	10,1	29,8	83	9,1	7,5	19,8	83	8,8	7,4	19,8	34	101
	116	697	10,4	10,1	39,8	488	8,1	8,8	23,2	488	7,8	8,4	23,2		
	31611	238	9,8	9,1	22,3	144	7,0	7,1	22,1	144	7,0	7,1	22,1	2	47
	31612	242	11,6	10,4	25,4	144	7,2	8,0	23,1	144	7,1	7,9	23,1	11	45
	31614	243	12,2	13,1	33,2	144	6,6	7,8	21,6	144	6,6	7,8	21,6	2	37
	31621	377	9,1	9,6	28,6	261	8,2	8,0	24,2	261	8,0	7,9	24,2	10	132
	316	1100	10,5	10,5	27,8	693	7,4	7,8	23,1	693	7,3	7,7	23,1		
	45611	188	21,3	16,4	21,5	144	13,2	13,8	17,9	144	12,2	13,6	17,9	30	111
	45622	321	12,9	14,4	34,1	261	12,2	12,6	25,6	261	10,7	11,1	25,6	37	133
	45631	109	12,7	14,1	22,0	83	9,1	9,4	18,7	83	9,2	9,3	18,7	22	154
	456	618	15,9	15,0	28,8	488	12,1	12,5	22,5	488	11,0	11,7	22,5		

Tableau 2 (suite) — Table 2 (continued)

vol	modèle	transformation 1				transformation 2				transformation 3						
		n	m _x [cm]	m _y [cm]	m _z [cm]	n	m _x [cm]	m _y [cm]	m _z [cm]	n	m _x [cm]	m _y [cm]	m _z [cm]	ΔQ · 10 ⁵	γ [°]	
6 (suite)	51611	242	12,6	19,7	38,2	144	10,4	13,4	23,7	144	9,3	13,2	23,7	29	105	
	51622	388	9,3	14,1	45,4	261	8,5	12,4	30,2	261	8,3	12,2	30,2	9	122	
	51631	139	9,8	10,6	38,3	83	9,0	7,9	23,9	83	8,4	7,6	23,9	45	131	
	516	769	10,5	15,5	42,0	488	9,2	12,1	27,5	488	8,6	11,9	27,5			
7	11713	149	7,3	7,6	20,6	112	5,3	7,0	11,5	112	5,3	6,9	11,5	4	62	
	11714	147	7,9	8,1	21,1	112	5,6	8,1	17,1	112	4,9	6,9	17,1	29	77	
	11715	151	6,3	6,7	25,7	112	5,4	5,5	19,0	112	4,6	4,6	19,0	25	86	
	11724	217	6,3	9,7	20,7	177	5,3	7,5	18,6	177	5,3	7,5	18,6	22	46	
	11735	187	6,4	6,7	20,8	164	5,0	6,3	18,7	164	4,9	6,3	18,7	10	29	
	117	851	6,8	8,0	21,7	677	5,3	7,0	17,5	677	5,0	6,6	17,5			
	51711	147	6,3	8,2	15,6	112	5,9	7,3	11,0	112	4,5	6,5	11,0	30	136	
	51722	242	6,1	7,5	16,6	177	5,1	6,9	10,8	177	4,7	6,8	10,8	13	118	
	51733	190	7,2	10,4	13,3	164	6,0	9,2	12,7	164	6,0	9,1	12,7	13	148	
	517	579	6,5	8,7	15,3	453	5,7	7,9	11,6	453	5,2	7,7	11,6			
8	55715	139	10,5	9,9	16,5	112	7,9	7,8	16,0	112	7,6	7,5	16,0	19	142	
	55725	230	7,5	9,7	28,3	177	7,1	9,2	17,8	177	6,7	8,9	17,8	21	183	
	55726	233	7,0	12,9	15,5	177	6,2	9,1	14,9	177	6,1	8,9	14,9	12	151	
	55735	193	9,5	10,8	26,1	164	6,8	9,0	14,4	164	6,6	8,3	14,4	30	173	
	557	795	8,4	11,0	22,7	630	6,9	8,9	15,9	630	6,7	8,5	15,9			
	11814	105	7,9	15,6	17,7	89	7,7	12,0	11,7	89	7,6	12,0	11,7	10	51	
	11823	202	6,7	8,2	19,9	160	5,8	7,1	12,4	160	5,7	6,9	12,4	11	143	
	118	307	7,1	11,3	19,1	249	6,6	9,2	12,2	249	6,5	9,1	12,2			

Tableau 2 (suite) — Table 2 (continued)

vol	modèle	transformation 1				transformation 2				transformation 3					
		n	m_z [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	n	m_z [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	n	m_z [cm]	m_y [cm]	m_z [cm]	ΔQ $\cdot 10^5$	γ [°]
8 (suite)	31812	266	11,2	12,4	24,3	89	5,2	5,7	11,4	89	4,8	5,7	11,4	16	119
	31821	351	9,3	9,9	19,6	160	6,3	7,5	15,8	160	6,1	7,4	15,8	10	58
	318	617	10,2	11,1	21,7	249	6,0	6,9	14,4	249	5,7	6,9	14,4		
	32812	261	10,4	13,5	15,8	89	8,8	10,0	11,7	89	8,8	9,9	11,7	10	87
	32814	262	13,0	17,1	20,0	89	9,4	13,5	13,2	89	9,3	13,4	13,2	19	86
	32822	328	11,8	14,1	17,5	160	9,8	13,0	13,7	160	9,5	12,6	13,7	21	49
	328	851	11,8	14,9	17,8	338	9,5	12,5	13,1	338	9,3	12,2	13,1		
	44812	148	19,8	19,0	17,0	89	14,4	12,2	14,1	89	12,9	11,8	14,1	46	107
	44822	337	11,3	11,9	20,6	160	9,5	11,0	16,9	160	9,5	11,0	16,9	5	174
	448	485	14,4	14,4	19,6	249	11,5	11,5	16,0	249	10,9	11,3	16,0		
	45811	142	9,2	11,1	16,8	89	7,3	8,3	10,3	89	6,8	7,3	10,3	31	150
	45822	295	9,1	14,5	16,4	160	7,9	11,1	14,1	160	7,6	10,5	14,1	23	153
	458	437	9,1	13,5	16,5	249	7,7	10,2	12,9	249	7,4	9,5	12,9		
	55828	356	11,2	15,5	25,3	160	10,3	10,5	19,5	160	10,1	10,4	19,5	12	193
	558	356	11,2	15,5	25,3	160	10,3	10,5	19,5	160	10,1	10,4	19,5		
	11916	219	11,4	16,6	25,4	207	10,8	11,2	19,8	207	10,1	10,6	19,8	17	100
	11925	119	17,3	12,1	38,7	105	12,5	12,6	21,3	105	11,9	10,9	21,3	42	78
	119	338	13,8	15,2	30,7	312	11,4	11,7	20,4	312	10,8	10,7	20,4		
	51911	391	19,6	19,1	29,1	207	13,5	14,8	19,5	207	10,1	11,2	19,5	45	135
	51922	197	16,4	20,7	39,9	105	14,1	14,4	22,9	105	13,0	14,0	22,9	38	131
	519	588	18,6	19,7	33,1	312	13,7	14,7	20,8	312	11,2	12,3	20,8		

Tableau 3 — Erreurs quadratiques moyennes de coordonnées m_k . Résumé par restitutions et vols
Table 3 — r. m. s. co-ordinate errors m_k . Summary according to restitutions and flights

vol	modèle	N	ν	transformation 1				transformation 2				transformation 3			
				n	m_k [cm]	m'_k [μm]	$\frac{m_y}{m_z}$	n	m_k [cm]	m'_k [μm]	$\frac{m_y}{m_z}$	n	m_k [cm]	m'_k [μm]	$\frac{m_y}{m_z}$
1	111	7	1,91 ¹⁾	595	7,6	15,9	30,4	422	5,4	11,3	21,6	422	3,5	7,3	14,0
	231	8	2,38	477	6,4	13,4	31,9	456	5,3	11,1	26,4	456	4,2	8,8	21,0
	631	8	2,38	716	6,8	14,3	33,9	456	5,5	11,5	27,4	456	4,4	9,2	22,0
2		23	2,22	1788	7,0	14,6	32,2	1334	5,4	11,3	25,3	1334	4,1	8,5	19,4
	112	3	2,16	757	16,5	19,1	41,2	436	12,3	14,2	30,7	436	8,4	9,7	21,0
	232	3	2,16	560	12,2	14,1	30,4	436	9,7	11,2	24,2	436	8,0	9,2	20,0
3	532	4	2,16	1077	15,3	17,7	38,2	585	12,4	14,3	30,9	585	9,0	10,4	22,4
	632	4	2,16	1011	12,2	14,1	30,4	585	10,0	11,5	24,9	585	8,3	9,6	20,7
		14	2,16	3405	14,3	16,5	35,6	2042	11,2	12,9	27,9	2042	8,5	9,8	21,1
4	113	2	1,86	519	16,0	12,9	24,0	336	11,2	9,0	16,8	336	8,5	6,9	12,8
	233	3	2,48	685	10,8	8,7	21,6	448	8,7	7,0	17,4	448	7,8	6,3	15,6
	313	4	2,07	1583	15,1	12,2	25,2	784	9,3	7,5	15,5	784	6,4	5,2	10,7
5	733	2	2,48	471	11,0	8,9	22,0	336	7,8	6,3	15,6	336	6,3	5,1	12,6
		11	2,22	3258	13,9	11,2	23,8	1904	9,3	7,5	16,2	1904	7,1	5,8	12,7
	114	7	2,00	546	5,2	8,7	17,3	385	4,4	7,3	14,7	385	4,4	7,3	14,7
6	454	8	2,40	510	6,3	10,5	25,2	444	5,1	8,5	20,4	444	4,8	8,0	19,2
	514	9	2,25 ²⁾	1026	8,6	14,3	32,3	581	6,6	11,0	24,8	581	6,5	10,8	24,4
		24	2,22	2082	7,3	12,2	27,4	1410	5,6	9,3	21,1	1410	5,5	9,1	20,5
7	115	3	2,72	667	7,2	6,6	18,0	453	5,8	5,3	14,5	453	5,6	5,1	14,0
	455	3	2,18	502	16,7	15,3	33,4	453	9,0	8,3	18,0	453	8,6	7,9	17,2
	515	3	2,72	599	10,3	9,4	25,7	453	7,4	6,8	18,5	453	7,3	6,7	18,2
8		9	2,54	1768	11,6	10,6	25,7	1359	7,5	6,9	17,1	1359	7,3	6,7	16,6
		13	2,60	3184	12,2	7,8	20,4	2157	9,7	6,3	16,3	2157	9,3	6,0	15,5
	117	5	3,20	851	7,4	7,7	24,7	677	6,2	6,5	20,7	677	5,9	6,1	19,7
9	517	3	4,80	579	7,7	8,0	38,5	453	6,9	7,2	34,5	453	6,6	6,9	33,0
	557	4	3,84	795	9,8	10,2	39,2	630	8,0	8,3	32,0	630	7,7	8,0	30,8
		12	3,95	2225	8,4	8,7	34,2	1760	7,1	7,4	28,9	1760	6,8	7,0	27,7
10	118	2	4,20	307	9,4	6,7	28,2	249	8,0	5,7	24,0	249	7,9	5,6	23,7
	318	2	2,33	617	10,7	7,6	17,8	249	6,5	4,6	10,8	249	6,3	4,5	10,5
	328	3	2,80	851	13,4	9,6	26,8	338	11,1	7,9	22,2	338	10,8	7,7	21,6
11	448	2	4,20	485	14,4	10,3	43,2	249	11,5	8,2	34,5	249	11,1	7,9	33,3
	458	2	3,50	437	11,5	8,2	28,8	249	9,0	6,4	22,5	249	8,5	6,1	21,3
	558	1	4,20	356	13,5	9,6	40,5	160	10,4	7,4	31,2	160	10,3	7,4	30,9
12		12	3,54	3053	12,5	8,9	30,8	1494	9,6	6,9	24,8	1494	9,3	6,7	24,1
	119	2	4,30	338	14,5	6,7	29,0	312	11,6	5,4	23,2	312	10,8	5,0	21,6
	519	2	4,06	588	19,2	8,9	36,3	312	14,2	6,6	26,8	312	11,8	5,5	22,3
13		4	4,18	926	17,6	8,2	33,8	624	13,0	6,0	25,1	624	11,3	5,3	22,0

Tableau 3 (suite) — Table 3 (continued)

vol	modèle	N	ν	transformation 1				transformation 2				transformation 3			
				n	m_k [cm]	m'_k [μm]	$\frac{m_y}{m_z}$	n	m_k [cm]	m'_k [μm]	$\frac{m_y}{m_z}$	n	m_k [cm]	m'_k [μm]	$\frac{m_y}{m_z}$
6	116	3	2,60	697	10,3	6,6	17,2	488	8,5	5,4	14,2	488	8,1	5,2	13,5
	316	4	2,60	1100	10,5	6,7	17,5	693	7,6	4,9	12,7	693	7,5	4,8	12,5
	456	3	2,60	618	15,5	9,9	25,8	488	12,3	7,9	20,5	488	11,4	7,3	19,0
7	516	3	2,60	769	13,2	8,5	22,0	488	10,7	6,9	17,8	488	10,4	6,7	17,3
		13	2,60	3184	12,2	7,8	20,4	2157	9,7	6,3	16,3	2157	9,3	6,0	15,5
		5	3,20	851	7,4	7,7	24,7	677	6,2	6,5	20,7	677	5,9	6,1	19,7
8	117	3	4,80	579	7,7	8,0	38,5	453	6,9	7,2	34,5	453	6,6	6,9	33,0
	557	4	3,84	795	9,8	10,2	39,2	630	8,0	8,3	32,0	630	7,7	8,0	30,8
		12	3,95	2225	8,4	8,7	34,2	1760	7,1	7,4	28,9	1760	6,8	7,0	27,7
9	118	2	4,20	307	9,4	6,7	28,2	249	8,0	5,7	24,0	249	7,9	5,6	23,7
	318	2	2,33	617	10,7	7,6	17,8	249	6,5	4,6	10,8	249	6,3	4,5	10,5
	328	3	2,80	851	13,4	9,6	26,8	338	11,1	7,9	22,2	338	10,8	7,7	21,6
10	448	2	4,20	485	14,4	10,3	43,2	249	11,5	8,2	34,5	249	11,1	7,9	33,3
	458	2	3,50	437	11,5	8,2	28,8	249	9,0	6,4	22,5	249	8,5	6,1	21,3
	558	1	4,20	356	13,5	9,6	40,5	160	10,4	7,4	31,2	160	10,3	7,4	30,9
11		12	3,54	3053	12,5	8,9	30,8	1494	9,6	6,9	24,8	1494	9,3	6,7	24,1
	119	2	4,30	338	14,5	6,7	29,0	312	11,6	5,4	23,2	312	10,8	5,0	21,6
	519	2	4,06	588	19,2	8,9	36,3	312	14,2	6,6	26,8	312	11,8	5,5	22,3
12		4	4,18	926	17,6	8,2	33,8	624	13,0	6,0	25,1	624	11,3	5,3	22,0

Notes 1) Le modèle 11116 était restitué au 1/5 000, c'est-à-dire avec $\nu \approx 1,6$.

2) Le modèle 51459 était restitué au 1/5 000, c'est-à-dire avec $\nu \approx 2,0$.

Notations

1) The model 11116 was restituted in the scale of 1 : 5 000 i. e. with $\nu \approx 1,6$.

2) The model 51459 was restituted in the scale of 1 : 5 000 i. e. with $\nu \approx 2,0$.

Tableau 4 — Erreurs quadratiques moyennes altimétriques m_z . Résumé par restitutions et vols
Table 4 — r. m. s. height errors m_z . Summary according to restitutions and flights

vol	modèle	N	ν	unité de mesure	unité de lecture [μm] dans le cliché	transformation 1			transformation 2		
						m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]
a) avec plaques compensatrices											
1	111 631	7	1,91	m	21,0	20,3	42,6	81,3	0,203	15,6	32,7
		8	2,38	m	21,0	18,2	38,2	90,8	0,182	12,5	26,2
		15	2,14			19,2	40,3	86,6	0,192	14,1	29,5
2	532 632	4	2,16	m ¹⁾	5,8	27,5	31,8	68,6	0,151	20,6	23,8
		4	2,16	m	11,5	24,2	27,9	60,4	0,133	20,2	23,3
		8	2,16			26,0	30,0	64,8	0,143	20,4	23,6
3	313 733	4	2,07	m	8,1	32,0	25,8	53,4	0,123	23,1	18,6
		2	2,48	m	8,1	24,6	19,8	49,2	0,095	19,6	15,8
		6	2,28			30,5	24,6	52,5	0,117	22,1	17,8
4	114 454 514	7	2,00	m	1,7	14,3	23,8	47,7	0,140	11,2	18,7
		8	2,40	m	8,3	14,4	24,0	57,6	0,141	9,8	16,3
		9	2,25	mm	4,5	16,4	27,3	61,5	0,161	12,6	21,0
5	115 455 515	24	2,22			15,4	25,6	57,2	0,151	11,4	19,0
		3	2,72	m	9,2	26,2	24,0	65,4	0,142	21,0	19,3
		3	2,18	m	4,6	18,6	17,1	37,2	0,101	13,3	12,2
		3	2,72	m ²⁾	9,2	28,7	26,3	71,6	0,155	23,8	21,8
						25,2	23,1	61,2	0,136	19,9	18,2
						17,68			0,136	13,59	12,2

Tableau 4 (suite) — Table 4 (continued)

vol	modèle	N	ν	unité de mesure	unité de lecture dans le cliché	transformation 1			transformation 2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
						n	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m_z [cm]	m'_z [μm]

Tableau 4 (suite) — Table 4 (continued)

vol	modèle	N	v	unité de mesure	unité de lecture [μm] dans le cliqué	transformation 1				transformation 2					
						n	m ₂ [cm]	m' ₂ [μm]	m'' ₂ [μm]	m ₂ [v ₀₀ hg]	n	m ₂ [cm]	m' ₂ [μm]	m'' ₂ [μm]	m ₂ [v ₀₀ hg]
b) sans plaques compensatrices															
1	231	8	2,38	m	21,0	477	32,6	68,3	162,7	0,326	456	21,8	45,7	108,8	0,218
		8	477			32,6	68,3	162,7	0,326	456	21,8	45,7	108,8	0,218	
2	112	3	2,16	m	11,5	757	37,1	42,8	92,5	0,204	436	27,9	32,2	69,6	0,153
	232	3	2,16		11,5	560	41,5	47,9	103,5	0,228	436	29,9	34,5	74,6	0,164
3	113 233	6	2,16	m	8,1	1317	39,0	45,0	97,3	0,214	872	28,9	33,4	72,1	0,158
		2	2,07			519	72,4	58,4	120,9	0,278	336	54,5	43,9	91,0	0,210
		3	2,48			685	58,8	47,4	117,6	0,226	448	44,7	36,0	89,4	0,172
		5	2,28			1204	65,0	52,4	119,0	0,248	784	49,1	39,6	90,1	0,188

- Notes
- 1) Dans le C 8 on a pris une autre échelle des altitudes ce qu'a doublé l'unité de lecture; on a imprimé, p. ex., la valeur de $821,2 \frac{\text{m}}{2}$ au lieu de 410,6.
 - 2) En partie on a également noté des lectures de 0,05 m resp. 0,01 m.
 - 3) Unité de lecture incertaine.
 - 4) Les valeurs z de chaque passage constituent déjà la moyenne de deux lectures chacune.
- Notations
- 1) In the C 8, a different height-scale was set and the reading unit consequently doubled, e.g. instead of 410.6 m the value $821.2 \frac{\text{m}}{2}$ was printed.
 - 2) Partly readings of 0.05 m and 0.01 m respectively were noted.
 - 3) Reading unit not reliable.
 - 4) The values z of each run are already the mean of two readings each.

Tableau 5 — Erreurs quadratiques moyennes de coordonnées m_k .
Résumé par vols, chambres de prise de vues et altitudes de volTable 5 — r. m. s. co-ordinate errors m_k . Summary according to flights, cameras, and flying heights

vol	N	v moy- enne	transformation 1				transformation 2				transformation 3			
			n	m'_k [μm]	m''_k [μm]	$\frac{m_y}{m_x}$	n	m'_k [μm]	m''_k [μm]	$\frac{m_y}{m_x}$	n	m'_k [μm]	m''_k [μm]	$\frac{m_y}{m_x}$
1	23	2,22	1788	14,6	32,2	0,94	1334	11,3	25,3	1,09	1334	8,5	19,4	1,20
2	14	2,16	3405	16,5	35,6	0,99	2042	12,9	27,9	1,02	2042	9,8	21,1	1,13
3	11	2,22	3258	11,2	23,8	0,81	1904	7,5	16,2	1,00	1904	5,8	12,7	1,09
1...3	48	2,2	8451	14,3	30,8	0,91	5280	10,8	23,6	1,03	5280	8,2	18,0	1,13
4	24	2,22	2082	12,2	27,4	1,33	1410	9,3	21,1	1,23	1410	9,1	20,5	1,25
5	9	2,54	1768	10,6	25,7	1,24	1359	6,9	17,1	1,17	1359	6,7	16,6	1,16
6	13	2,60	3184	7,8	20,4	1,10	2157	6,3	16,3	1,12	2157	6,0	15,5	1,13
4...6	46	2,4	7034	10,0	24,0	1,20	4926	7,4	18,0	1,17	4926	7,2	17,4	1,17
7	12	3,95	2225	8,7	34,2	1,27	1760	7,4	28,9	1,33	1760	7,0	27,7	1,34
8	12	3,54	3053	8,9	30,8	1,26	1494	6,9	24,8	1,22	1494	6,7	24,1	1,23
9	4	4,18	926	8,2	33,8	1,07	624	6,0	25,1	1,05	624	5,3	22,0	1,04
7...9	28	3,8	6204	8,7	32,5	1,24	3878	7,0	26,8	1,24	3878	6,6	25,5	1,25
1+4+7	59	2,7	6095	11,9	31,4	1,19	4504	9,3	25,6	1,23	4504	8,2	23,3	1,27
2+5+8	35	2,5	8226	12,9	31,9	1,14	4895	9,9	24,4	1,12	4895	8,1	21,0	1,17
3+6+9	28	2,6	7368	9,5	24,0	0,97	4685	6,8	17,7	1,06	4685	5,8	15,5	1,10
1...9	122	2,6	21689	11,6	29,3	1,10	14084	8,8	22,8	1,14	14084	7,4	20,2	1,18

Tableau 6 — Erreurs quadratiques moyennes altimétriques m_z et erreurs quadratiques moyennes des parallaxes horizontales m_{pz} . Résumé par vols, chambres de prise de vues et altitudes de vol

Table 6 — r. m. s. height errors m_z and r. m. s. errors of the horizontal parallaxes m_{pz} . Summary according to flights, cameras, and flying heights

Summary according to registration

vol	N	v moy- enne	ϑ	transformation 1				transformation 2						
				m'_z [μm]	m''_z [μm]	m'_{pz} [μm]	m''_{pz} [μm]	m_z [°/100 hg]	m'_z [μm]	m''_z [μm]	m'_{pz} [μm]	m''_{pz} [μm]		
a) avec plaques compensatrices														
1	15	2,14	0,34	1311	40,3	86,6	13,7	29,4	0,192	29,5	62,4	10,0	21,2	0,141
2	8	2,16	0,32	2088	30,0	64,8	9,6	20,7	0,143	23,6	50,9	7,6	16,3	0,112
3	6	2,28	0,30	2054	24,6	52,5	7,4	15,8	0,117	17,8	38,8	5,3	11,6	0,085
1...3	29	2,1	0,32	5453	31,0	66,7	10,1	21,6	0,148	23,6	50,7	7,7	16,4	0,113
4	24	2,22	0,30	2082	25,6	57,2	7,7	17,2	0,151	19,0	42,2	5,7	12,7	0,112
5	9	2,54	0,34	1768	23,1	61,2	7,9	20,8	0,136	18,2	48,2	6,2	16,4	0,108
6	13	2,60	0,31	3184	22,2	57,7	6,9	17,9	0,131	15,4	40,1	4,8	12,4	0,091
4...6	46	2,5	0,32	7034	23,5	58,5	7,4	18,5	0,138	17,3	43,1	5,5	13,7	0,102
7	12	3,95	0,56	2225	21,5	80,4	12,0	45,0	0,215	16,2	60,2	9,1	33,7	0,162
8	12	3,54	0,51	3053	14,2	49,1	7,2	25,0	0,142	10,3	37,4	5,3	19,1	0,104
9	4	4,18	0,54	926	15,0	62,1	8,1	33,5	0,150	9,6	40,1	5,2	21,7	0,096
7...9	28	3,7	0,53	6204	17,3	63,9	9,3	34,7	0,173	13,2	49,4	7,3	27,1	0,133
1+4+7	51	2,8	0,42	5618	28,4	74,3	11,1	33,4	0,188	20,7	55,1	8,3	25,4	0,142
2+5+8	29	2,7	0,38	6909	22,3	57,4	8,2	22,7	0,141	17,7	45,4	6,3	17,4	0,108
3+6+9	23	2,7	0,34	6164	22,1	56,7	7,3	20,4	0,130	15,4	39,7	5,0	14,1	0,090
1...9	103	2,8	0,39	18691	24,2	62,8	8,9	25,8	0,153	18,1	47,3	6,7	19,6	0,116

b) sans plaques compensatrices

1	8	2,38	0,34	477	68,3	162,7	23,2	55,3	0,326	45,7	108,8	15,5	37,0	0,218
2	6	2,16	0,32	1317	45,0	97,3	14,4	31,1	0,214	33,4	72,1	10,7	23,1	0,158
3	5	2,28	0,30	1204	52,4	119,0	15,7	35,7	0,248	39,6	90,1	11,9	27,0	0,188

Tableau 7 — Les rapports V'_k et V'_z de certaines erreurs quadratiques moyennes des caractéristiques différentes de transformation (T). (a: avec et b: sans plaques compensatrices)

Table 7 — The ratios V'_k and V'_z of some r. m. s. errors of different transformation characteristics (T). (a: with and b: without compensating plates)

vol	$n_2 : n_1$	V'_k de m'_k			V'_z de m'_z	
		$T_2 : T_1$	$T_3 : T_1$	$T_3 : T_2$	$T_2 : T_1$	$T_2 : T_1$
1	0,75	0,77	0,58	0,75	a) 0,73	b) 0,67
2	0,60	0,78	0,60	0,76	0,79	0,74
3	0,58	0,68	0,52	0,77	0,72	0,75
1...3	0,62	0,75	0,57	0,76	0,76	0,74
4	0,68	0,76	0,75	0,98 *)	0,74	
5	0,77	0,65	0,63	0,97 *)	0,79	
6	0,68	0,81	0,77	0,95	0,69	
4...6	0,70	0,74	0,72	0,97	0,74	
7	0,79	0,85	0,80	0,95	0,75	
8	0,49	0,78	0,75	0,97 *)	0,73	
9	0,67	0,73	0,65	0,88	0,64	
7...9	0,62	0,81	0,76	0,94	0,76	
1+4+7	0,74	0,78	0,69	0,88	0,73	
2+5+8	0,59	0,77	0,63	0,82	0,79	
3+6+9	0,63	0,72	0,61	0,85	0,70	
1...9	0,65	0,76	0,64	0,84	0,75	

*) non significatif
not significant

Tableau 8 — Les rapports V'_k et V''_k de certaines erreurs quadratiques moyennes de coordonnées pour des chambres différentes de prise de vues (K) et des altitudes différentes de vol (H)

Table 8 — The ratios V'_k and V''_k of some r. m. s. co-ordinate errors for different cameras (K) and different flying heights (H)

V_k de	transformation 1		transformation 2		transformation 3	
	m'_k	m''_k	m'_k	m''_k	m'_k	m''_k
$K_2 : K_1$	0,70	0,78	0,68	0,76	0,88	0,97
$K_3 : K_1$	0,61	1,05	0,65	1,10	0,81	1,44
$K_3 : K_2$	0,87	1,35	0,95	1,49	0,92	1,47
$H_2 : H_1$	1,09	1,02 *)	1,07	0,95	0,99 *)	0,90
$H_3 : H_1$	0,80	0,77	0,73	0,69	0,71	0,65

Tableau 9 — Les rapports V'_z et V''_z de certaines erreurs quadratiques moyennes altimétriques pour des chambres différentes de prise de vues (K) et des altitudes différentes de vol (H), ainsi que pour des mesures avec (a) et sans (b) plaques compensatrices

Table 9 — The ratios V'_z and V''_z of some r. m. s. height errors for different cameras (K) and different flying heights (H), as well as for measurements with (a) and without (b) compensating plates

V_z de	transformation 1					transformation 2				
	m'_z	m''_z	m'_{pz}	m''_{pz}	m_z [‰ h.g.]	m'_z	m''_z	m'_{pz}	m''_{pz}	m_z [‰ h.g.]
$K_2 : K_1$	0,76	0,88	0,73	0,86	0,93	0,73	0,85	0,71	0,85	0,90
$K_3 : K_1$	0,56	0,96	0,92	1,61	1,17	0,56	0,97 *)	0,95	1,65	1,18
$K_3 : K_2$	0,74	1,09	1,26	1,88	1,25	0,76	1,15	1,33	1,98	1,30
$H_2 : H_1$	0,79	0,77	0,74	0,68	0,75	0,86	0,82	0,76	0,68	0,76
$H_3 : H_1$	0,78	0,77	0,66	0,61	0,69	0,75	0,72	0,60	0,55	0,63
$b : a$	1,69	1,78	1,64	1,75	1,68	1,64	1,73	1,60	1,71	1,63

*) non significatif
not significant

Tableau 10 — Les différences d'échelle $\Delta Q' = \Delta M'$ et les directions γ' des axes d'affinité obtenues des mesures répétées effectuées par le même centre de restitution. Résumé par vols

Table 10 — The scale differences $\Delta Q' = \Delta M'$ and the directions γ' of the axes of affinity obtained from the repeated measurements of the same restitution centres. Summary according to flights

vol	n	u	$\Delta Q'$ $\cdot 10^5$	$m_{\Delta Q'}$ $\cdot 10^5$	γ'_M [°]	m'_{γ} [°]
1	11	3	48	11	34	6
2	4	2	58	11	35	3
3	5	2	45	2	37	5
4	12	3	16	11	79	33
6	3	1	5	5	43	5
7	5	2	18	11	112	16
8	2	1	15	6	87	1
1...3	20	7	49	10	35	6
4...8	22	7	15	10	82	26

Tableau 11 — Les différences d'échelle $\Delta Q'' = \Delta M''$ et les directions γ'' des axes d'affinité obtenues de toutes les mesures d'un seul modèle. Résumé par vols

Table 11 — The scale differences $\Delta Q'' = \Delta M''$ and the directions γ'' of the axes of affinity obtained from all measurements of one model. Summary according to flights

vol	n	u	$\Delta Q''$ $\cdot 10^5$	$m_{\Delta Q''}$ $\cdot 10^5$	γ''_M [°]	m''_{γ} [°]
1	23	5	54	13	35	10
2	14	3	60	17	31	19
3	11	2	44	9	35	9
4	24	5	17	9	106	38
5	9	3	17	8	141	31
6	13	3	20	14	97	37
7	12	3	19	9	146	44
8	12	2	18	11	148	42
9	4	2	36	14	111	32
1...3	48	10	53	14	34	13
4...9	74	18	19	11	124	39

Bibliographie

- [1] *Gotthardt, E.*: Rapport sur les premiers résultats de l'essai d'«Oberriet» de la Commission C de l'O.E.E.P.E. — Photogrammetria XV, 1958–1959, 3 (Publ. Spéc. O.E.E.P.E., No. II), pp. 114–132 (en langue anglaise: pp. 141–148; en langue allemande: pp. 133–140).
- [2] *Stickler, A.; Waldhäusl, P.*: Interpretation der vorläufigen Ergebnisse der Versuche der Kommission C der OEEPE aus der Sicht des Zentrums Wien. — Österr. Z. Vermess.-wes. (Publ. Spéc. OEEPE, No. 3), Wien 1967, 4 p.
- [3] *Al Trikiti, K. H.*: Statistical Analysis of the Accuracy of Aerial Triangulation Projects. — ITC — M. Sc. Thesis, April 1970 (manuscrit).
- [4] *Förstner, R.*: Bericht über die Tätigkeit und Ergebnisse der Kommission C der OEEPE (1956–1960). — Photogrammetria XVI, 1959–1960, 4 (Spec. Congr.-No. C), pp. 352–357.
- [5] *Graf; Henning; Stange*: Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. — 2^e Edition, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1966.
- [6] *Förstner, R.*: Die Umformung photogrammetrisch gemessener Koordinaten. — Dt. geod. Kommiss., Publ. Série B, No. 13 (Mitt. Inst. angew. Geod. No. 86), Frankfurt a. M. 1967, 89 p.
- [7] *Ahrend, M.*: Zur Wahl des Schichtträgers bei Luftbildaufnahmen. Thèse, Technische Universität Hannover. — Dt. geod. Kommiss., Publ. Série C, No. 23, München 1957, 94 p.
- [8] *Merkel, H.*: Grundzüge der Kartenprojektionslehre. Teil I. Die theoretischen Grundlagen. — Dt. geod. Kommiss., Publ. Série A, No. 17, München 1956, 39 p.
- [9] *Näbauer, M.*: Mathematische Grundlagen, Ausgleichsrechnung und Rechenhilfsmittel. — In: *Jordan; Eggert; Kneißl*, Handbuch der Vermessungskunde, Vol. I, J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung Stuttgart, 10^e Edition, 1961, 808 p.

Further Results from Co-ordinate Transformations of the Test "Oberriet" of Commission C of the OEEPE

By *Rudolf Förstner, Frankfurt a. M.*

1. Introduction

With the first linear conformal transformations of the model co-ordinates of the test "Oberriet", not always the same control points had been used for the individual models [1]. For this reason it was intended to repeat these transformations with uniform control points or to eliminate the influence of the control points by using all measured check points for the transformation. This last procedure, however, does not correspond to the practice, but the influence of the error of a control point on the check points can be determined theoretically.

Gotthardt already indicated the lack of homogeneity in the first results. This problem arose because some of the investigating centres confined their measurements to points which were clearly visible and could therefore be reliably identified. Other centres accepted the price of a reduced measuring accuracy in the interest of a complete measurement. This has now been rectified by selecting all common-measured points for each flight and by computing again the r. m. s. errors by repeating the transformations. The ITC in Delft made the computations and transformed simultaneously the model co-ordinates also affine in order to determine the influence of a film shrinkage. In Table 1 we have again compiled some data of the survey flights, as far as they are required for the later analysis. The restitutions of the flights with the indices 1', 2', 2'', and 3' were not newly transformed. An additional seven models were not transformed, in one case the amount of check points was too small (model 53325). In the other cases (centre 5, strips 8 and 9) the model co-ordinates were not homogeneous, as to the opinion of the centre, because the different runs had not been measured by one operator.

2. Results of the computations

For the purpose of comparison we dispose of the results of three transformations, i. e.

- linear conformal transformation of all check points by means of five control points (T1);
- selection of all common-measured points of a strip, then linear conformal transformation by means of all these points (T2);
- selection of all common-measured points of a strip, then affine transformation by means of all these points (T3).

The heights were fitted separately for each model. Here, no affine transformation was computed. We compiled in Table 2 the r. m. s. errors (estimated values) for the individual models for all three transformations. We took the results of the first linear conformal transformation from the publication of *Gotthardt* [1] and mention them again for comparison. The code numbers of the models indicate:

- 1st digit: restitution centre,
- 2nd digit: plotting instrument,
- 3rd digit: number of strip,
- 4th digit: number of the model within the strip, and
- 5th digit: operator and position of the base.

For the rest, we refer to the key numbers in [1]. If the centres did not use compensating plates for the compensation of the lens distortions, the r. m. s. height errors m_z are indicated in brackets. For each model the number of check points is $n_2 = n_3$.

In Table 3 we compiled — for each centre separately — the r. m. s. errors of each flight and, simultaneously, indicated the average of all restitutions of each flight. Instead of the r. m. s. errors m_x and m_y , this table contains the r. m. s. co-ordinate error m_k and the ratio $m_y : m_x$. In order to eliminate the influence of the different photo scales, we also transformed all errors in " μm in the image" (m'_k). Sometimes it will be of advantage to know the accuracy in " μm in the model", as the model co-ordinates are our observed values. The fourth column, in Table 3, comprises the enlargement ratio v concerned, i. e. the ratio of model scale : photo scale, by means of which we calculated the r. m. s. errors in " μm in the model" (m''_k). Some centres restituted some models repeatedly. Therefore in some cases the number of measured models N does not correspond to the number of models of a strip in Table 1. The influence of the compensating plates on the planimetric accuracy is not remarkable. For this reason, we compiled for each flight the measurements of all centres in Table 3.

In Table 4 we compiled the corresponding height errors m_z . In this case we separated the restitutions "with compensating plates" and those "without compensating plates".

For the heights the reading unit was different, namely:

- 0.1 m for readings in "m in the terrain"
- 0.01 mm for readings in "mm in the model".

In the reports of the centres nothing has been mentioned on these units. If the measurements were not printed, the measuring units are not reliable. Sometimes notes are given in the measuring lists. In most cases we concluded from the measuring data to the measuring unit. Measurements to 0.05 m might be the mean of two decimeter-readings each. In some cases the reading unit was even 0.01 m or 0.02 m respectively.

3. Analysis of the r. m. s. errors (estimated values)

Some time ago, *Stickler* and *Waldhäusl* already interpreted the results as far as the centre of Vienna is concerned (see [2]). However, all flights in which the centre of Vienna did not participate, were neglected. In addition, all models being measured by means of the Wild A8 and of the Santoni SIII were omitted, as their results and those of other types of instruments should not be averaged, because of the unfavourable size of the measuring mark of the A8 in comparison to the size of the signals. Only the flight 8 was concerned. However, the difference of the r. m. s. errors in " μm in the model" of both types of instruments only amounts to about 20 % for the planimetry as well as for the height. But as the r. m. s. errors within the two groups show similar differences, we used all these measurements for our analysis, the more as a part of the models (restitutions 528 and 548) were not transformed again.

For a first comparison Figures 1 and 2 show the r. m. s. planimetric and height errors for each strip as function of the scale number. Figures 1.1 and 2.1 correspond to those of *Gotthardt* [1]. For the height errors we omitted the measurements "without compensating plates". Remarkable are the great values m_k for the strip 2 compared to those of the strip 3.

For the further analysis we again compiled in Table 5 the r. m. s. co-ordinate errors m_k for the different flights from Table 3 and in addition we averaged the results for the three cameras each, i. e. the strips 1 to 3, 4 to 6, and 7 to 9 respectively (see also [3]). In a similar manner we can average the results of the strips in three groups according to the flying heights, in order to determine the influence of the change of a flying height, i. e. the strips 1, 4, and 7 etc. On the average, these flying heights are about 1000, 1700, and 2500 m respectively (see Table 1). Correspondingly, Table 6 comprises the r. m. s. height errors m_z . We treated separately the results from Table 4b. The influence of the angle of field of the camera can be eliminated by converting the height error m_z , using the base-height ratio ϑ , into an error of the horizontal parallax m_{px} (see [4]).

We now compare in turns the co-ordinate errors, height errors and errors of the horizontal parallaxes. In order to determine the influence of the transformation characteristics, we compiled in Table 7 different ratios V'_k and V'_z of the r. m. s. co-ordinate errors m'_k and the r. m. s. height errors m'_z from the Tables 5 and 6. Each time we have used the r. m. s. error of one of the transformations as a unit. As the enlargement ratios v within the individual restitutions of each flight only differ a little, the ratios V' from m' are nearly equal to the ratios V from m . In Table 8 we grouped in a similar manner additional ratios V_k of the r. m. s. co-ordinate errors and, in Table 9, the ratios V_z of the r. m. s. height errors. This doing we used at first the r. m. s. error for one camera (K) as a unit and then the r. m. s. error for one flying height (H). The last line of Table 9 comprises the ratio of the r. m. s. errors for the restitutions of the flights 1 to 3 with and without compensating plates.

For the comparisons a 95 % confidence level was assumed. Instead of the usual Fisher-Test an approximation procedure was applied because of the large sample size (see [5], p. 82). In Tables 7, 8, and 9 those values which are not significant are marked especially.

3.1. Co-ordinate error m_k

3.1.1. Influence of transformation characteristic (T)

From Table 7 we conclude:

- The r. m. s. errors m'_k from the transformation 1 in comparison to those from the transformation 2 are in the ratio of about 1.00 : 0.75. The ratios V'_k are nearly constant for all nine flights. Of course, we can assume that the fitting to all points is better than the fitting to few points. However, we should not forget that, in transformation 2, about 35 % of the measurements were not taken into account, viz. probably, for the most part, measurements of points which were badly to fit. For reason of completeness we listed, in Table 7, the ratio $n_2 : n_1$ of the corresponding point numbers. In order to give reliable information, we should either repeat transformation 1 with the points selected for transformation 2 or make two corresponding groups of the points of transformation 1.
- Also the ratio V'_k of the r. m. s. errors from transformation 3 and from transformation 1 cannot be interpreted reliably, as two parameters have to be taken into account, namely the number of points and the transformation characteristic.
- With the film photographs, the r. m. s. errors m'_k from the transformation 2 in comparison to those from transformation 3 are in the ratio of about 1.00 : 0.75. Consequently, the affine transformation yields an advantage which is also significant. With the plate photographs, the ratio $1 : V'_k$ is in both cases about 1.00 : 0.95. The gain in accuracy is only small, but also significant for both plate cameras if we take the overall mean of all observations each. This, however, does not apply to single flights.

3.1.2. Influence of the camera (K)

From Table 8 we conclude:

- The ratios V'_k and V''_k respectively are nearly equal for the transformation 1 and 2. This results already from the statement in section 3.1.1, according to which there the ratios V'_k are nearly constant for all nine flights.
- With the normal-angle cameras, K_1 and K_2 , the r. m. s. errors m'_k (μm in the image) from the conformal transformation 2 are in the ratio of 1.00 : 0.70. Consequently, the results obtained from the plate photographs are by 30 % more exact than those from the film photographs. This does not change if we take the r. m. s. errors m''_k (μm in the model), as the individual enlargement ratios v only differ a little.
- With both normal-angle cameras, K_1 and K_2 , the r. m. s. errors m'_k (μm in the image) from the affine transformation 3 are in the ratio of 1.00 : 0.90. The very small difference of both values becomes still smaller if we compute with the r. m. s. errors m''_k (μm

in the model). This difference is still significant but disappears nearly.

- With both plate cameras, K_2 and K_3 , the r. m. s. errors m'_k (μm in the image) from the transformations 2 and 3 are practically equal. However, if we compute with m''_k (μm in the model) then the r. m. s. errors are in the ratio of 1.00 : 1.50. The considerable enlargement v , with the wide-angle photographs, yields consequently no advantage inspite of the more favourable reading accuracy.

3.1.3. Influence of the flying height (H)

In addition, we conclude from Table 8:

- The ratios V'_k and V''_k respectively are practically equal for all three transformation characteristics.
- In the sequence of the flying heights, the ratio of the r. m. s. errors m_k is about 1.00 : 1.00 : 0.70. Due to the r. m. s. errors from flight 2 the mean term of the proportion is somewhat larger. With increasing height and with decreasing photo scale respectively, there result smaller r. m. s. co-ordinate errors m'_k for the conformal transformation 2 as well as for the affine transformation 3. The same applies for m''_k as the averaged values v are nearly equal for each flying height (cf. Table 5).

3.2. Height errors m_z and errors of the horizontal parallaxes m_{px}

With the height errors, we only distinguish both the transformations 1 and 2. We did not compute an affine transformation of the heights.

3.2.1. Influence of the transformation characteristic (T)

From Table 7 we conclude:

- The r. m. s. height errors m'_z from transformation 1 in comparison to those from transformation 2 are in the ratio of about 1.00 : 0.75. The ratios V'_z are nearly constant for all nine flights. For the gain in accuracy, the same statements apply as made with regard to the co-ordinate errors (cf. section 3.1.1).
- For the measurements made without compensating plates the ratio $1 : V'_z$ of the r. m. s. errors is about 1.00 : 0.75, too.

3.2.2. Influence of the camera (K)

From Table 9 we conclude:

- With both normal-angle cameras, K_1 and K_2 , the r. m. s. errors m'_z and m'_{px} respectively (μm in the image) from transformation 2 are in the ratio of 1.00 : 0.70. Consequently, the results obtained from the plate photographs are by 30 % more exact than those from the film photographs. This changes only a little if we take the r. m. s. errors m''_z and m''_{px} respectively (μm in the model). If we compute m_z in $^{\circ}/_{00}hg$, the differences disappear almost completely.

— In order to compare both the plate cameras, K_2 and K_3 , it is suitable to eliminate the influence of the base-height ratio on the height error and to compute only with the r. m. s. errors of the horizontal parallaxes m_{px} . The r. m. s. errors m'_{px} (μm in the image) are in the ratio of about 1.00 : 1.35; the errors m''_{px} are even in the ratio of 1.00 : 2.00. Consequently, the errors of the horizontal parallaxes are considerably larger with wide-angle photographs than with normal-angle photographs. We have not been able to find any reason herefor. If we consider the height errors m'_z , finally smaller height errors are obtained from the wide-angle photographs; that is right, however, inspite of the same base length and of the same sizes of photographs respectively, for both cameras, the height errors are not proportional to the flying height, because in this case $1 : V_z$ is 1.00 : 1.30.

— The r. m. s. height errors m_z of the measurements with and without compensating plates are in the ratio of about 1.00 : 1.65, i. e. the r. m. s. errors of the measurements with compensating plates are about 40 % smaller than the errors of the measurements without compensating plates.

3.2.3. Influence of the flying height (H)

In addition, we conclude from Table 9:

- The ratios V'_z and V''_z respectively are practically equal for both transformation characteristics.
- In the sequence of the flying heights the ratio of the r. m. s. errors m'_z and m'_{px} respectively (μm in the image) is about 1.00 : 0.80 : 0.65. With increasing height and with decreasing photo scale respectively, there result also smaller height errors m'_z . The same applies for m''_z (μm in the model) as the averaged values v are nearly equal for each flying height (cf. Table 6).

4. Some remarks on affine transformation

In case that the linear distortion of a film in the longitudinal and in the transverse direction is different, we only obtain affine distorted models if the distortions in both photographs of a model are almost equal. If these distortions are not equal, model deformations are the result even in plane terrain. Frequently, the film shrinkage only is supposed to be the cause of the affinity of a model (cf. e. g. [6]). However, also measuring in a skew co-ordinate system we get an affinity.

Therefore, from the constants of the affine transformation we computed the main distortions, i. e. the maximal and minimal scale factors (M_1 and M_2), as well as the main direction γ in which the group of points was stretched (cf. the Annex). As reference axis we have chosen the x -axis (northern direction) of the national survey system. We set

$$Q_M = \frac{M_1}{M_2} = 1 + \Delta Q. \quad (1)$$

As in our case

$$M_1 \approx M_2 \approx 1 \quad (2)$$

we obtain

$$\Delta Q = \frac{M_1 - M_2}{M_2} \approx M_1 - M_2 = \Delta M. \quad (3)$$

If we measure a circle with the equation

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (4)$$

in a skew co-ordinate system with the same origin and equal x -axes and consider afterwards the skew co-ordinates as rectangular co-ordinates, the circle becomes an ellipse with the equation

$$x^2 + 2xy \sin \beta + y^2 = r^2. \quad (5)$$

Hereby β is the deviation of the y -axis from the rectangle in the skew co-ordinate system. The main axes of the ellipse are situated on the lines bisecting the angles enclosed by the rectangular co-ordinate axes. The length ratio on these main axes is

$$Q_M = \frac{1 + \tan \frac{\beta}{2}}{1 - \tan \frac{\beta}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \sin \beta}{1 - \sin \beta}}. \quad (6)$$

Therefore we obtain

$$\Delta Q \approx \sin \beta \approx \beta. \quad (7)$$

In the last columns of Table 2 we noted the values ΔQ and γ for each model.

Some centres restituted a part of the models several times, either with different instruments or with different operators. From these multiple measurements we can derive the accuracy of ΔQ and γ . In Table 10 we compiled the results, namely at first separately for the flights. In the two last lines, however, are comprised the results for the flights 1 to 3 (film photographs) and for the flights 4 to 8 (plate photographs). n signifies the total number of the evaluations and u the number of models measured several times. On the whole, 14 models have been dealt with, being measured independently by each centre about three times on the average.

In the same way we compiled in Table 11 the results from all $n = 122$ evaluations. In this case, we grouped at first, according to models, the measurements at different centres. u corresponds to the number of models used in the last column of Table 1. In the two last lines, Table 11, are again comprised the results for the flights 1 to 3 (film photographs) and for the flights 4 to 9 (plate photographs).

From Tables 10 and 11 we conclude:

- The values $\Delta Q'$ obtained from the measurements at the same restitution centres are about 10 % smaller than the values $\Delta Q''$ obtained from the measurements at different centres.
- The scale ratio for the film photographs with $Q_M = 1.000\ 53$ is considerably larger than for the plate photographs with $Q_M = 1.000\ 19$. Converted into the base lengths, the difference in scale with the film photographs corresponds to $38\ \mu\text{m}$ ($b = 72\ \text{mm}$) and with the plate photographs to $11\ \mu\text{m}$ ($b = 56\ \text{mm}$). Remarkable is the relatively large value for the flight 9.
- The r. m. s. error $m_Q = m\Delta Q$ from the measurements at the same centres is also somewhat smaller — about 20 % — than that obtained from the measurements at different centres.
- The difference of the r. m. s. errors $m_Q = m\Delta Q$ for film photographs and for plate photographs arises partly from the large value obtained in flight 2. If we again convert the errors of the scale differences into r. m. s. errors of distances referred to the base lengths, we find $10\ \mu\text{m}$ and $6\ \mu\text{m}$ respectively, thereby obtaining the approximate measuring accuracy.
- The direction of the axes of affinity is nearly constant with film photographs and is about 34° . With plate photographs the variations are considerably larger. In this case, the mean values are also not reliable because we could not state unequivocally whether or not we should have supposed the individual directions to be by 200° larger or smaller. E. g. is the direction of the axis of affinity $\gamma = 29^\circ$ or $\gamma = 229^\circ$ in the evaluation 11735 of model 3 in strip 7? (cf. the evaluations 51733 and 55735).
- As the flight direction is also about 30° to the north, with film photographs, one axis of affinity is situated in the direction of the flight. Therefore, it can be concluded that the film shrinkage in the direction of roll and in the corresponding vertical direction differs and that this is the cause of the large affinity.
- With the plate photographs, defects of the plotting instruments might cause an affinity. The value $\gamma = 82^\circ$ or $(\gamma) = 52^\circ$, referred to the flight axes (see Table 10), e. g. might indicate a skew co-ordinate system for the measurement. On the other hand, the corresponding value $\gamma = 124^\circ$, from Table 11, is somewhat too large.
- The r. m. s. errors m_γ show clearly the reliability with which the axes of affinity can be determined. With the film photographs we obtained from repeated measurements of one centre $m_\gamma = 6^\circ$ and from the measurements of different centres 13° . These errors refer to the individual values. The mean values are of course more exact.
- The corresponding values with the plate photographs, however, are $m_\gamma = 26^\circ$ and 39° respectively. Here, we also see the effect of the uncertainty in the definition of γ , already indicated above. If no affinity at all exists with the plate photographs, the values γ have to be distributed regularly on the circle, i. e. they have to be between 0°

and 200° . The mean value had to be 100° and the r. m. s. deviation from this mean value will be $m_\gamma = 58^\circ$. But our values m_γ are considerably smaller. Therefore, an affinity has also to be expected with the plate photographs. Indeed, the determination of γ will be the more uncertain, the smaller the affinity will be, i. e. the more $Q_M \rightarrow 1$.

Figure 3 shows a general view on the values Q_M and γ . There we have marked the values ΔQ as function of the direction γ for the flight 1 (film photographs) and for the flight 4 (plate photographs). We see the dispersion of the measurements of one centre as well as those of different centres. It is striking that e. g. in Figure 3.2 nearly all values are between $\gamma = 40^\circ$ and $\gamma = 160^\circ$.

The larger the affinity is, the larger the difference of the r. m. s. errors, obtained from the conformal and from the affine transformation, must be (cf. [7]). Apparently there exists a dependency between Q_M and the ratio $1 : V'_k$ of the r. m. s. errors which we dealt with in section 3.1.1. In Figure 4 we show this dependency, separately for the three cameras. Some values V'_k are indeed larger than 1, either it concerns unfavourable rounding offs or, the affinity is so small that the r. m. s. error from the affine transformation becomes larger for the only reason because here the number of unknowns is larger than with the conformal transformation. The dispersion is relatively large, this is true, but it can be seen, that the largest deviations are frequently in the same models (cf. flight 2, model 3 or flight 3, model 2). We found the large deviations are related to the distribution of points. With extended point groups e. g. also with a conformal transformation the long side determines the scale, so that, in this case, with an affine transformation the gain in accuracy will be small.

From all measurements we obtain:

$$\frac{1}{V'_k} \approx 1 + 0.9 \Delta Q^2 \cdot 10^6 \quad (8)$$

and

$$V'_k \approx 1 - 0.65 \Delta Q^2 \cdot 10^6 \quad (9)$$

respectively.

In Figure 4 we indicated the course of this curve. The points being distributed very irregularly within the individual models, we dispensed with the influence of the photo size as computed by Ahrend [7].

5. Results of the analysis

Finally, we again summarize the most important results of our analysis:

- The affine transformation of the model co-ordinates clearly showed a gain in accuracy with the film photographs. Compared with the results from the conformal transformation the r. m. s. errors decreased by 30 %.

- Naturally, with an affine transformation the gain in accuracy is the larger, the larger the affinity of the model co-ordinates really is.
 - With the film photographs, the direction of the axes of affinity coincided with the direction of the flight. We therefore can assume the affinity being caused by a film shrinkage. As in our test acetate film was used, it is to be tested how large the deformation will be when using film on polyester base.
 - Also with plate photographs we stated a small affinity although not being expected. If instrumental defects exist, e. g. a skew co-ordinate system, the axes of affinity must coincide with the lines bisecting the angles enclosed by the co-ordinate axes of the plotting instrument. This is not exactly the case with us. With small affinities, however, the direction of the axes of affinity is very uncertain and with multiple measurements it can not always be indicated whether the value γ or the value $\gamma + 200^\circ$ has to be assumed as direction.
 - After the affine transformation of the model co-ordinates, the r. m. s. error was nearly of the same size with plate photographs as well as with film photographs.
 - We did not test, whether the r. m. s. errors, with an affine transformation by means of few control points, decrease in the same size.
 - As at present the transformation characteristic does not influence the computation time, one could, on principle, make an affine instead of a conformal transformation of the model co-ordinates into the national surveying system. But it is recommended - at least with research work - to test continuously the affinity, i. e. to determine the direction γ of the axes of affinity with reference to the flight axes and the system of the model co-ordinates respectively as well as the scale ratio Q_M in the two principal axes of the affinity.
 - Already the fitting to all check points brought a gain in accuracy compared to the fitting to the control points. With the film photographs, this gain corresponds to that one of an affine transformation compared to a conformal transformation. If in the future, the affinity with films on polyester base, should be considerably smaller, the error obtained with the fitting to the control points will be more important.
- Beside these notes on the affinity we mention:
- With the plate photographs the r. m. s. errors of the horizontal parallaxes m'_{px} in " μm in the image" of normal-angle photographs were smaller than those of wide-angle photographs. Consequently, the larger base-height ratio with wide-angle photographs is only of partial effect on the height error.
 - With increasing height and with decreasing photo scale respectively, result smaller planimetric and height errors in " μm in the image".

Annex

We start from the equations:

$$\begin{aligned} x' &= a_0 + a_1x + a_2y, \\ y' &= b_0 + b_1x + b_2y. \end{aligned} \quad (10)$$

In the form of parameters these equations may be written:

$$\begin{aligned} x &= u, \\ y &= v \end{aligned} \quad (11)$$

and

$$\begin{aligned} x' &= a_0 + a_1u + a_2v, \\ y' &= b_0 + b_1u + b_2v. \end{aligned} \quad (12)$$

Hereby we obtain the fundamental parameters of first order of Gauss (see [8] and [9]):

$$\begin{aligned} E &= 1, \\ F &= 0, \\ G &= 1 \end{aligned} \quad (13)$$

and

$$\begin{aligned} E' &= a_1^2 + b_1^2, \\ F' &= a_1a_2 + b_1b_2, \\ G' &= a_2^2 + b_2^2. \end{aligned} \quad (14)$$

If the maximal linear distortion is M_1 and the minimal distortion is M_2 , we obtain the squares of both of these principal scales as solutions of the quadratic equation in M^2 :

$$M^4 (EG - F^2) - M^2 (EG' - 2FF' + GE') + E'G' - F'^2 = 0. \quad (15)$$

Together with the equations (13) and (14), we get:

$$\begin{aligned} M_1^2 &= \frac{1}{2} (A + B), \\ M_2^2 &= \frac{1}{2} (A - B). \end{aligned} \quad (16)$$

in which is:

$$\begin{aligned} A &= E' + G', \\ B &= \sqrt{(E' - G')^2 + 4F'^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

We obtain the directions of the extreme linear distortions from the equation:

$$\tan 2\gamma = \frac{2(EF' - FE') \sqrt{EG - F^2}}{2F(EF' - FE') + E(GE' - EG')}. \quad (18)$$

Together with the equations (13), we get:

$$\tan 2\gamma = \frac{2F'}{E' - G'}. \quad (19)$$

Equation (19) gives two values γ which differ by 100° .

In our case, we can neglect the difference with regard to the corresponding angles γ' in the mapping surface, because we have

$$\tan \gamma' = \frac{M_2}{M_1} \tan \gamma. \quad (20)$$

We obtain the maximal difference ω_m between γ and γ' from the equation

$$\tan \omega_m = \frac{M_1 - M_2}{2\sqrt{M_1 M_2}} \approx \frac{\Delta M}{2} = \frac{\Delta Q}{2}. \quad (21)$$

Bibliography

see French version

List of Some Terms Utilized in the Tables and in the Figures

A	à angle normal avec	normal-angle with
C	chambre	camera
D	dans le cliché de direction de vol	in the image from flight direction
E	échelle image encore	photo scale still
G	grand'angulaire	wide-angle
M	matériel photographique moyenne	photo material mean
N	nombre des modèles utilisés	number of the utilized models
P	plaque plaques compensatrices prises de vues à angle normal prises de vues grand'angulaires	plate compensating plates normal-angle photographs wide-angle photographs
S	sans	without
U	unité de lecture unité de mesure	reading unit unit of measure
V	vol	flight

Comparaison des distances d'«Oberriet»

(avec 14 figures et 15 tableaux)

Par Karl Schürer, Frankfurt a. M.

1. Introduction

La précision de distance photogrammétrique dépend de l'exactitude planimétrique de ses extrémités. On peut s'attendre à deux valeurs extrêmes pour la précision de distance. La première est à prévoir, si les extrémités des distances se trouvent en voisinage mutuel immédiat. Dans ce cas, ce ne sont que les erreurs d'observation qui entrent dans les erreurs de distance. L'influence de certaines parties des erreurs systématiques s'agrandit, dès que la distance entre les deux extrémités augmente. La précision de distance atteint sa deuxième valeur extrême au moment où les extrémités se trouvent dans des modèles différents. Par conséquent nous pouvons indiquer l'erreur moyenne de distance comme fonction de la longueur de distance sous la forme générale

$$\sigma_s = f(s). \quad (1)$$

Nous faisons varier la fonction $f(s)$ afin d'en trouver une forme optimale pour la description de la précision de distance en commençant par la forme linéaire

$$\sigma_s = a + b \cdot s. \quad (1a)$$

Au surplus, il nous faut examiner les mises en équation utilisées dans les services topographiques pour les tolérances de la mesure des distances

$$\sigma_s = \sqrt{a + b \cdot s} \quad (1b)$$

et

$$\sigma_s = a + b \cdot \sqrt{s}. \quad (1c)$$

Cependant, ces mises en équation ne représentent pas la tendance attendue pour des erreurs de longues distances, c'est-à-dire l'approche asymptotique à une valeur extrême supérieure. Pour cette raison nous voulons examiner la fonction

$$\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs} \quad (1d)$$

et la fonction proposée en [1]

$$\sigma_s = \sqrt{a - b \cdot e^{-cs}} \quad (1e)$$

En [2] on a constaté que la fonction des erreurs photogrammétriques de distance a une tangente horizontale pour $s = 0$. Par

$$\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2} \quad (1f)$$

cette condition est remplie.

Ces six formes différentes pour la représentation des erreurs photogrammétriques de distance sont vérifiées par voie statistique à l'aide du matériel volumineux des observations de l'essai d'Oberriet. En même temps on veut mettre en évidence les influences éventuellement existantes des échelles image et des échelles modèle sur la grandeur des erreurs de distance.

Finalement, les études numériques de la précision de distance seront encore complétées par la détermination de la précision de distance à l'aide des reports cartographiques.

2. Données géodésiques et photogrammétriques

Dans la région de l'essai d'une étendue de 1,5 km x 1,5 km, il y avait eu environ 600 points de comparaison marqués qui ont été signalés soit à l'aide de plaques en carton blanc d'un format de 40 x 40, de 30 x 30 ou de 20 x 20 cm², soit par un badiageon des têtes des bornes de 12 cm de côté. Par conséquent, les points de comparaison signalés ont une grandeur différente sur les clichés.

Pour les études de la précision de distance, on a utilisé comme base photogrammétrique les mêmes 28 modèles, qui ont été mesurés à plusieurs reprises pour la détermination de la précision des coordonnées photogrammétriques en [4]. L'échelle image des neuf différents vols se situait entre 1/4 700 et 1/21 500. Les photographies ont été prises par trois chambres différentes:

RC 5-chambre à film, à angle normal	($c = 21$ cm, format du cliché 18 x 18 cm ²),
RC 7-chambre à plaques, à angle normal	($c = 17$ cm, format du cliché 14 x 14 cm ²),
RC 7-chambre à plaques, grand'angulaire	($c = 10$ cm, format du cliché 14 x 14 cm ²),

(cf. tableau 1).

A l'aide des coordonnées photogrammétriques nous avons calculé les longueurs d'environ 300 distances sélectionnées, dont 30 d'entre elles se rapportent aux différents groupes de distance 0-10, 10-20, 20-30, 30-50, 50-75, 75-100, 100-150, 150-200, 200-300, 300-400 m. On n'a pas fait savoir aux centres de restitution les longueurs des distances obtenues à l'aide des coordonnées terrestres, qui doivent être utilisées pour la comparaison.

272 distances additionnelles ont été mesurées directement à l'aide d'un ruban métallique. Ces distances, d'une longueur de 25 m au maximum, étaient à classer dans les trois premiers groupes de distance. Les résultats de ces mesures directes des distances sont

restés également inconnus aux centres de restitution. La précision de ± 5 mm, communiquée en [3], pour les coordonnées déterminées par voie terrestre, et de ± 15 mm pour la mesure directe des distances est assez grande, de sorte qu'il n'est plus nécessaire de séparer les erreurs de distance en parties terrestres et photogrammétriques.

3. Travaux des calculs

3.1. Comparaison des distances I

Il nous a fallu dériver les longueurs des distances prescrites, à l'aide des coordonnées photogrammétriques déterminées dans le réseau national par la transformation de similitude. Les différences entre ces longueurs et celles qui sont calculées à l'aide des coordonnées terrestres, nous donnent la formation des écarts-types des vols individuels, ainsi que ceux des groupes individuels de distance et, en outre, séparément, selon les distances dont les extrémités se trouvent soit dans le même modèle, soit dans les deux modèles voisins.

Il a été nécessaire d'effectuer les travaux relatifs par un service central, puisque les distances théoriques ne devaient pas être communiquées aux centres de restitution. Pour cette raison le Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen à Vienne a calculé les erreurs de distance pour 29 modèles mesurés et, l'Institut für Angewandte Geodäsie à Francfort sur le Main l'a fait pour 39 modèles additionnels. Pour ainsi dire, on a déterminé les erreurs pour 10 629 distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle et pour 5 663 distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents.

Les écarts-types dérivés de ces erreurs de distance se trouvent dans les tableaux 2 et 3, où on exprime pour la comparaison des distances I

σ_{s11} = écart-type des distances, dont les deux extrémités se trouvent dans le même modèle,

σ_{s12} = écart-type des distances, dont les deux extrémités se trouvent dans des modèles différents.

(Pour les comparaisons des distances II à IV, on utilise des significations semblables, en changeant chaquefois le premier nombre d'indice correspondant.)

3.2. Comparaison des distances II

Il a été nécessaire de comparer également les distances courtes mesurées directement avec les distances dérivées des coordonnées photogrammétriques, séparément selon les trois groupes de distance (0-10, 10-20, 20-25 m), les neuf vols et les distances, dont les extrémités se trouvent dans le même modèle et dans des modèles différents.

Dans l'Institut für Angewandte Geodäsie on a calculé les 2 223 erreurs individuelles et les écarts-types nécessaires σ_{s21} pour les distances avec les extrémités dans le même modèle ainsi que les 1 294 erreurs de distance et les écarts-types σ_{s22} relatifs pour les distances avec les extrémités dans des modèles différents.

Les résultats de ces calculs se figurent dans le tableau 4.

3.3. Comparaison des distances III

Comme base de comparaison on a utilisé les coordonnées photogrammétriques, mentionnées en [4], qui ont été obtenues par une transformation linéaire conforme. Dans la compensation on a appliqué non seulement les points de contrôle donnés mais aussi tous les points mesurés simultanément par les différents centres de restitution (transformation 2). On a modifié le groupement en formant 12 groupes avec les intervalles: 0 – 0,5 – 1 – 1,5 – 2 – 2,5 – 3 – 3,5 – 4 – 5 – 6 – 8 – 10 cm de longueur des distances dans le cliché. En sélectionnant les distances on a tenu compte que chaque point n'était utilisé qu'une fois comme extrémité. On n'en a utilisé que les distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle.

Cette comparaison est la plus volumineuse de toute la série d'essai. Elle comprend 33 971 distances qui ont été calculées, ensemble avec les écarts-types nécessaires à l'ITC Delft.

Les résultats de ces calculs se trouvent dans le tableau 5.

3.4. Comparaison des distances IV

Les centres de restitution avaient eu la tâche de dessiner un modèle, obtenu de chaque vol traité sur un support de dessin stable et de relever sur ces dessins les distances par voie graphique. La sélection des distances et le groupement ont été identiques à ceux de la comparaison des distances I. Les dessins ont été effectués aux échelles de 1/1 000, 1/2 000 et 1/5 000. Certains centres de restitution ont déterminé les longueurs des distances directement par la mesure à l'aide d'une échelle, d'autres l'avaient effectué par la mesure des coordonnées des extrémités des distances à l'aide d'un coordinatographe. Dans l'Institut für Angewandte Geodäsie, on a évalué les listes des distances et des coordonnées et on a calculé les écarts-types des distances, déterminées par voie graphique. Puisqu'il ne fallait dessiner qu'un seul modèle par essai, on n'a pas pu étudier la tendance des erreurs des distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents.

Ce n'est que certains centres qui ont répondu à la demande de la commission d'établir des dessins. Pour cette raison le matériel des observations pour cet essai n'est pas très volumineux. Le nombre des distances mesurées directement s'est élevé à:

330 distances pour les dessins au 1/1 000,

1 539 distances pour les dessins au 1/2 000,

335 distances pour le dessin au 1/5 000,

par conséquent il y a un total de 2 204 distances à l'aide desquelles les écarts-types σ_{s41} ont été calculés. Les nombres relatifs pour les distances dérivées des coordonnées mesurées sont:

351 distances pour les dessins au 1/1 000,

449 distances pour les dessins au 1/2 000,

255 distances pour le dessin au 1/5 000,

par conséquent, nous avons 1 055 distances. A l'aide des erreurs de ces distances on a calculé les écarts-types σ_{s42} . Les résultats des calculs se figurent dans les tableaux 6 et 7.

4. Analyse

Nous avons calculé les écarts-types des distances pour les groupes de distance individuels et nous avons effectué la représentation des écarts-types par une fonction

$$\sigma_s = f(s)$$

avec une étude statistique. Celle-ci indique si, à l'aide de la fonction trouvée, les écarts-types, déterminés par voie empirique, peuvent être décrits avec une précision suffisante; c'est-à-dire pour la probabilité de 95 %. Nous déterminons la fonction $f(s)$ d'une telle manière pour que la somme quadratique pondérée des écarts résiduels entre les valeurs de fonction et les écarts-types empiriques σ_i des groupes N individuels soit minimale.

Si nous choisissons les poids de groupe

$$p_i = \frac{n_i - 1}{\sigma_i^2} \quad (2)$$

où n_i signifie le nombre des distances dans les groupes correspondants, nous obtenons

$$\sum p v v \sim \chi^2$$

avec $(N - u)$ degrés de liberté. u est le nombre des paramètres inconnus dans la fonction $f(s)$. Ainsi le jugement de la fonction trouvée est possible à l'aide d'une comparaison des $\sum p v v$ avec χ^2 pour $(N - u)$ degrés de liberté.

4.1. Comparaison des distances I

4.1.1. Distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle

En général, les écarts-types des distances, dont les extrémités se trouvent dans le même modèle, dépendent des longueurs des distances. On a représenté dans les figures 1a–3a les écarts-types σ_{s11} pour les groupes individuels de distance comme fonction de la longueur des distances en «m sur le terrain» et, dans les figures 1b–3b comme fonction de la longueur des distances en «cm dans le cliché». Si on veut définir l'augmentation des erreurs de distance comme fonction des erreurs systématiques du cliché et, dans le cas où on veut comparer les résultats des vols photographiques aux différentes échelles, la deuxième manière de représentation est à préférer. Dans ce cas on évite en assemblant les résultats des groupes individuels de distance que des éléments hétérogènes soient entre-

mêlés. Dans le paragraphe 1 nous avons mentionné les fonctions (1a)–(1f) à l'aide desquelles nous avons vérifié les écarts-types empiriques σ_{s11} des distances, transformés à l'unité « μm dans le cliché» pour en trouver une forme optimale pour la description des erreurs de distance. Les longueurs des distances étaient mesurées en «cm dans le cliché». Pour les vols aux petites échelles il n'y a pour ces essais que des distances relativement courtes jusqu'à une longueur maximale de 2 cm. Pour cette raison la détermination des paramètres des fonctions exponentielles (1d)–(1f) était très incertaine. Dans ce cas les écarts-types σ_{s12} pour les distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents, et qui sont déterminés dans le paragraphe 4.1.2, ont été utilisés comme des valeurs maximales des écarts-types pour ces distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle. Par conséquent, la valeur a a été donnée pour les fonctions exponentielles. Il n'en découle que deux inconnues qui doivent être déterminées pour toutes les fonctions. Avec dix groupes nous obtenons

$$\chi^2_{95\%} \text{ pour 8 degrés de liberté} = 15,5.$$

Si la $\Sigma pvv < \chi^2$, les écarts-types empiriques des distances sont décrits avec une précision suffisante à l'aide des fonctions déterminées par la compensation.

Dans le tableau 8 nous avons indiqué les coefficients des fonctions différentes, les Σpvv et une note sur la signification statistique. Il se montre que les écarts-types des distances peuvent être décrits avec une précision suffisante à l'aide de toutes les fonctions, sauf pour le vol 8 où toutes les fonctions étudiées ont été en échec.

Dans les figures 1a et 1b, le vol 2 surprend à cause des écarts-types qui sont relativement grands. On a fait noter en [6] une tendance semblable et défavorable pour le vol 2.

En général la fonction (1b)

$$\sigma_s = \sqrt{a + b \cdot s}$$

montre les plus petits écarts résiduels et la fonction (1f)

$$\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$$

les plus grands, malgré qu'on y a pu obtenir les résultats les plus favorables pour 3 vols. Cependant, les sommes quadratiques des écarts résiduels ne se dispersent pas dans les fonctions individuelles d'une manière telle qu'une fonction se serait révélée préférable à partir de ce matériel d'observation.

4.1.2. Distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents

Si nous examinons le tableau 3 nous remarquerons que les écarts-types des distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents ne dépendent pas des longueurs des distances. Pour cette raison un essai de décrire ces écarts-types à l'aide des fonctions (1a)–(1f) nous semble être superflu. Maintenant nous voulons étudier si la forme simple

$$\sigma_s = \text{const.}$$

(1g)

suffit pour décrire les écarts-types σ_{s12} . Dans ce cas pour tous les 10 groupes le nombre de degrés de liberté est 9 et $\chi^2_{95\%} = 16,92$. Les valeurs moyennes quadratiques des écarts-types des distances se trouvent dans le tableau 9. Avec les poids du paragraphe 4 et les valeurs des groupes de distance du tableau 3 on a calculé les Σpvv pour les 9 vols, dont aucune n'atteint pas la valeur pour χ^2 . Par conséquent, il s'ensuit:

Les écarts-types des distances peuvent être considérés comme constants, pourvu que les extrémités des distances se trouvent dans des modèles différents, par conséquent, ils sont indépendants de la longueur des distances.

A cause de cette indépendance de la longueur des distances, on peut ici assembler les résultats pour les groupes de distance et pour les vols. Cependant, nous renonçons aux résultats du vol 2 qui, dans ce cas également, ont été les plus mauvais.

Selon le groupement des résultats pour les trois chambres, il est apparu que les valeurs moyennes peuvent être décrites par la fonction (1g). La moyenne totale obtenue de tous les vols (sans vol 2) est encore dans la tolérance de la signification statistique.

Après la transformation des écarts-types en l'unité « μm dans le cliché» il apparaît dans les résultats des trois chambres différentes des valeurs relativement plus favorables pour les échelles image petites. Il n'y a pas une différence significative entre les valeurs moyennes obtenues pour les deux chambres à plaques. Cependant, l'écart-type obtenu avec la chambre à film est clairement plus grand.

Les écarts-types, exprimés en « μm dans le modèle», montrent clairement les valeurs les plus petites pour la chambre à plaques à angle normal (vols 4 + 5 + 6). Que la différence par opposition à la chambre grand'angulaire à plaques (vols 7 + 8 + 9) dépend de l'influence de l'agrandissement plus fort du modèle ou de l'influence de l'angle de champ plus grand ne peut pas être éclairci définitivement à l'aide de ces observations.

4.2. Comparaison des distances II

Vu le fait que les écarts-types des distances, dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents, sont indépendants de la longueur des distances — comme nous l'avons montré dans le paragraphe précédent — et qu'ils sont simultanément des erreurs maximales de distance et, vu le fait que les écarts des distances courtes, dont les extrémités se trouvent dans le même modèle, représentent les valeurs minimales des erreurs de distance à attendre, nous pouvons indiquer par le rapport $\sigma_{s22} : \sigma_{s21}$ (cf. tableau 10) toute la portée des erreurs de distance.

Il est à noter que la différence entre les deux types d'erreurs pour les chambres individuelles diminue avec l'échelle image décroissante. Le rapport $\sigma_{s22} : \sigma_{s21}$ varie entre 2,62 et 1,11 où le rapport de 1,11 pour le vol 9 n'est plus significatif.

4.2.1. Distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle

Les écarts-types σ_{s21} des distances courtes, exprimés en « μm dans le cliché» montrent une tendance à diminuer avec une échelle image décroissante pour les deux chambres à angle normal (sauf le vol 2). Cependant, cette tendance est inverse de celle de la chambre grand'angulaire à plaques. Par conséquent, on ne peut pas parler en principe d'une dépendance des écarts-types des distances courtes en fonction de l'échelle image. Les écarts-types de la chambre à film à angle normal et ceux de la chambre grand'angulaire à plaques sont les mêmes, tandis que la chambre à angle normal à plaques a eu des écarts-types plus petits.

Les écarts-types, indiqués en « μm dans le modèle», montrent en moyenne la même grandeur pour les deux chambres à angle normal, tandis que la chambre grand'angulaire à plaques révèle des écarts-types plus grands. De nouveau, on ne peut pas distinguer, si la cause est l'agrandissement plus fort du modèle, utilisé pour la chambre grand'angulaire, ou l'angle de champ plus grand ou, quelles parties d'erreur totale reviennent à ces deux composantes.

4.2.2. Distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents

Les écarts-types σ_{s22} des distances courtes dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents, montrent dans le tableau 10 de nouveau une tendance à diminuer avec une échelle image décroissante, si on examine les valeurs transformées en « μm dans le cliché». La différence entre les valeurs des deux chambres à plaques n'est pas significative, mais la valeur moyenne de la chambre à film est clairement supérieure à celle des chambres à plaques. Par conséquent, il y a des erreurs systématiques plus grandes concernant la chambre à film. Pour les écarts-types, exprimés en « μm dans le modèle», les valeurs moyennes de la chambre à angle normal à film et de la chambre grand'angulaire à plaques ne montrent pas de différences significatives. En moyenne, la chambre à angle normal à plaques montre les valeurs les plus petites. Dans ce cas également la différence entre la chambre à angle normal et la chambre grand'angulaire à plaques peut être expliquée soit par le rapport de l'agrandissement du modèle soit par l'angle de champ, sans qu'on puisse préférer l'une ou l'autre des deux explications à partir de ce matériel d'observation.

4.3. Comparaison des distances III

Pour la comparaison des distances III il y a pour chaque vol plus de 3 000 ou 4 000 observations à notre disposition (cf. tableau 5). Seul le vol 9 «n'a que» 1 200 observations. Du fait qu'on a changé les conditions d'essai par la division en groupes selon «les longueurs des distances dans le cliché» par opposition à la comparaison des distances I, il nous semble raisonnable de former outre les écarts-types des distances pour les vols individuels, aussi les valeurs moyennes pour les chambres et une moyenne totale parce qu'on peut désormais grouper des quantités homogènes. Le grand nombre d'observations fait espérer des informations statistiquement significatives. Dans la figure 4, nous avons reproduit les écarts-types σ_{s3} des distances en « μm dans le cliché» pour les vols indivi-

duels et les groupes de distance. Nous avons représenté les résultats des vols de différentes chambres dans un diagramme. Il est frappant que les courbes des écarts-types dessinées avec une échelle image décroissante (sauf le vol 2) ont un cours plus plat. Les valeurs moyennes quadratiques des écarts-types σ_{s3} deviennent plus petites dès que l'échelle image diminue. Par conséquent, il semble exister une dépendance entre les écarts-types des distances et l'échelle image.

4.3.1. Erreurs de distance comme fonction de la longueur des distances

Pour représenter la dépendance des écarts-types σ_{s3} de la longueur des distances, nous avons de nouveau utilisé les fonctions (1a)–(1f) mentionnées dans le paragraphe 1.

Les fonctions (1a)–(1c) comprennent deux inconnues, les fonctions (1d)–(1f) en ont trois. Si nous voulons appliquer de nouveau les Σpvv avec

$$p = \frac{n-1}{\sigma_s^2} \quad (2)$$

et $\chi^2_{95\%}$ comme un critère pour l'utilité des fonctions, il nous faut appliquer concernant les 12 groupes de distance pour les fonctions (1a)–(1c)

$$\chi^2_{95\%} \text{ pour 10 degrés de liberté} = 18,3,$$

et pour les fonctions (1d)–(1f)

$$\chi^2_{95\%} \text{ pour 9 degrés de liberté} = 16,9.$$

En ce qui concerne le vol 9, où seulement 11 groupes de distance ont été formés, on applique les valeurs correspondantes pour les fonctions (1a)–(1c)

$$\chi^2_{95\%} \text{ pour 9 degrés de liberté} = 16,9,$$

et pour les fonctions (1d)–(1f)

$$\chi^2_{95\%} \text{ pour 8 degrés de liberté} = 15,5.$$

Dans le tableau 11 les résultats de ces essais sont reproduits. La fonction (1a) ne décrit pas les cours des erreurs de distance dans aucun cas avec une précision suffisante, la fonction (1b) dans un cas et la fonction (1c) les décrit dans quatre cas concernant des chambres à plaques. Les fonctions exponentielles (1d)–(1f) représentent les cours des erreurs de distance d'une meilleure manière, et la fonction (1f) l'effectue de la meilleure manière. Dans le dernier cas les résultats du vol 2 ne sont pas décrits avec une précision suffisante et, par conséquent, non plus ceux de la moyenne totale de la chambre à film. Comme le vol 2 présente une tendance négative dans tous les essais jusqu'à présent, on ne doit pas lui attribuer lors du jugement des fonctions étudiées un poids plus grand. Sans tenir compte de ce vol on a décrit à l'aide de la fonction (1f) le résultat déterminé pour la

chambre à film ainsi que pour la moyenne totale avec une précision suffisante. Concernant les chambres à plaques les deux fonctions (1d) et (1f) montrent un accord satisfaisant avec les écarts-types empiriques des distances mais la fonction (1f) a fourni des écarts résiduels plus petits.

Par conséquent nous pouvons constater qu'on peut décrire les écarts-types des distances dans un modèle photogrammétrique à l'aide d'une fonction de la forme

$$\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$$

avec une précision suffisante.

Dans les figures 5a–5d nous avons reproduit graphiquement les résultats de cette comparaison et les fonctions (1f) déterminées par une compensation ensemble avec les paramètres a , b et c correspondants.

Dans cet ordre d'idées nous nous sommes intéressés à la position du point d'inflexion de la fonction (1f) qui en résulte de la deuxième dérivation avec

$$s_w = \sqrt{\frac{1}{2c}} \quad (3)$$

Dans les figures 5a–5d il est remarquable que s_w devient aussi plus petit avec une échelle image décroissante. Simultanément les fonctions montrent un cours plus aplati. Elles atteignent la valeur maximale à environ le triple de la longueur de distance pour le point d'inflexion.

On peut dériver des fonctions de covariance pour les coordonnées dans les modèles photogrammétriques selon [7] à l'aide des écarts-types des distances. Pour donner à ces fonctions de covariance la forme d'une courbe de Gauss – maintes fois recommandée pour ce but – il faut représenter les écarts-types des distances par une fonction de la forme

$$\sigma_s = \sqrt{a - b \cdot e^{-cs^2}} \quad (1h)$$

Par cela nous avons simultanément une analogie à la transition de la fonction (1d) à (1e). Nous avons vérifié la fonction (1h) pour les neuf vols. Concernant trois vols, on obtient par là des écarts résiduels un peu plus petits, pour six vols un peu plus grands. La somme de toutes les Σpvv des neuf vols a été modifiée de 101,37 à 103,86. Ce n'est pas une modification significative. Par conséquent les écarts-types σ_3 des distances peuvent être aussi décrits par la fonction (1h). Cependant, nous nous sommes décidés d'utiliser la forme un peu plus simple (1f).

4.3.2. Erreurs de distance et échelle image

Dans le tableau 12 nous avons reproduit les valeurs moyennes des écarts-types σ_{s3} transformées en unités « μm dans le cliché» et « μm dans le modèle». Les écarts-types indiqués

en « μm dans le cliché» présentent une dépendance de l'échelle image se figurant également dans la figure 6. On peut exclure une dépendance linéaire du dénominateur de l'échelle image m_b sinon l'écart-type 0 apparaîtrait à l'extérieur de l'intervalle étudié

$$4\,700 \leq m_b \leq 21\,500.$$

Pour cette raison nous avons cherché à l'aide de la méthode des moindres carrés une hyperbole avec deux paramètres dont l'un détermine l'asymptote, et l'autre la courbure de l'hyperbole.

A l'aide des valeurs qui se figurent dans le tableau 12 (sans vol 2) on a trouvé la fonction

$$\sigma_{s3} = \left(6,4 + 4,4 \cdot \frac{10^4}{m_b} \right) (\mu\text{m dans le cliché}). \quad (4)$$

Alors les écarts-types des distances passent en voie asymptotique vers la valeur $\pm 6,4 \mu\text{m}$.

4.3.3. Erreurs de distance et agrandissement de projection

Dans la figure 7 nous avons reproduit les valeurs moyennes des écarts-types des distances obtenues des modèles individuels. Si les écarts-types, indiqués dans l'unité « μm dans le cliché», ne dépendent que de l'agrandissement de projection, ils devraient être constants en unité « μm dans le modèle». Cependant, il se montre une augmentation significative des écarts-types avec un agrandissement croissant de projection v_M .

Avec les valeurs du tableau 13, valables pour les modèles individuels, il est résulté (sans vol 2) la fonction linéaire compensée

$$\sigma_{s3} = \pm (7,2 + 8,2 \cdot v_M) (\mu\text{m dans le modèle}) \quad (5a)$$

ou

$$\sigma_{s3} = \pm \left(8,2 + \frac{7,2}{v_M} \right) (\mu\text{m dans le cliché}) \quad (5b)$$

et un coefficient de corrélation

$$r = +0,71$$

pour les couples de valeurs σ_{s3} et v_M .

La fonction s'applique dans l'intervalle

$$1,9 \leq v_M \leq 4,8.$$

La précision absolue des distances ne peut être modifiée qu'un peu à l'aide de l'agrandissement de projection.

P. ex. nous obtenons selon l'équation (5b) avec

$$\nu_M = 2 \quad \sigma_{s3} = 11,8 \quad (\mu\text{m dans le cliché})$$

$$\nu_M = 4 \quad \sigma_{s3} = 10,0 \quad (\mu\text{m dans le cliché}).$$

4.3.4. Erreurs de distance comme fonction de l'agrandissement de projection et de l'échelle image

Les résultats des études sur la dépendance des erreurs de distance de l'échelle image et de l'agrandissement de projection doivent être corrélés, vu le fait que les clichés avec les échelles image plus petites ont été mesurés simultanément avec les agrandissements de projection plus forts. Pour cette raison nous voulons étudier les deux influences ensemble.

Si nous combinons les deux équations (4) et (5b), nous aurons la forme:

$$\sigma_{s3} = a \left(1 + \frac{b \cdot 10^3}{m_b} \right) \left(1 + \frac{c}{\nu_M} \right) \quad (6)$$

pour la compensation commune des valeurs moyennes des écarts-types indiquées dans le tableau 13. Sans le vol 2 les coefficients seront:

$$a = 5,85 \pm 1,0,$$

$$b = 5,95 \pm 1,96,$$

$$c = 0,42 \pm 0,76.$$

Le coefficient de corrélation pour l'échelle image et l'agrandissement de projection a été

$$r = + 0,45.$$

Les coefficients a , b et c comprennent des erreurs moyennes relativement grandes. L'équation (6) ne représente pas les valeurs moyennes des écarts-types empiriques pour les différents modèles avec la précision suffisante, c'est vrai, comme on peut le voir dans le tableau 13. Cependant, les valeurs calculées selon équation (6) pour les valeurs moyennes des neuf vols — sauf le vol 2 — sont homogènes aux écarts-types empiriques. Concernant c , l'erreur moyenne dépasse la grandeur absolue du coefficient. Il en résulte que l'influence de l'agrandissement de projection aux écarts-types des distances, indiqués en « μm dans le cliché», ne peut être prouvée avec certitude. Une modification de l'agrandissement de projection ν_M de 2 à 4 — par conséquent de 100 % — ne résulte selon l'équation (6), qu'en une réduction des écarts-types des distances de 8,7 %.

4.3.5. Erreurs de distance comme fonction de la longueur des distances et de l'échelle image

A cause de la modification systématique de la courbure des fonctions (1f), reconnaissable dans les figures 5a—5c, nous voulons essayer de représenter les écarts-types des distances comme fonction de la longueur des distances et de l'échelle image. Nous pouvons négliger l'influence de l'agrandissement de projection, comme nous l'avons prouvé dans le paragraphe précédent. Nous voulons nous contenter d'indiquer les trois paramètres de la fonction (1f) en fonction du dénominateur du rapport de l'échelle image, sans tenir compte des corrélations mutuelles.

Nous avons reproduit dans la figure 8 les trois paramètres comme fonction du dénominateur du rapport de l'échelle image ensemble avec leurs erreurs moyennes obtenues des compensations des vols individuels. Les coefficients a et b montrent le cours d'une hyperbole. Pour cette raison, nous utilisons pour la représentation de ces deux coefficients la forme

$$a = t + \frac{u}{m_b} \quad (7)$$

Pour le coefficient b la valeur pour t est devenue très petite. Elle ne s'est élevée qu'à 0,18. Pour cette raison nous avons égalé

$$t = 0$$

et déterminé le coefficient b à l'aide de la forme

$$b = \frac{u}{m_b} \quad (8)$$

Il est frappant que pour le coefficient c les erreurs moyennes appartenantes s'augmentent avec l'échelle image décroissante. Nous avons pu indiquer les coefficients c à l'aide de la forme linéaire

$$c = t + u \cdot m_b \quad (9)$$

avec une précision suffisante. Dans ce cas également la valeur pour t est devenue très petite, à savoir 0,054.

Par conséquent, il suffit de représenter les coefficients c par

$$c = u \cdot m_b \quad (10)$$

Maintenant nous pouvons exprimer les écarts-types des distances comme fonction de la longueur des distances et de l'échelle image par

$$\sigma_{s3} \approx \left\{ 5,7 + \frac{10^4}{m_b} (6,6 - 5,4 \cdot e - 0,213 \cdot s^2 \cdot m_b \cdot 10^{-4}) \right\} (\mu\text{m dans le cliché}). \quad (11)$$

Dans ce cas s doit être inscrit en «cm dans le cliché».

En même temps on peut indiquer, à partir de là la position du point d'inflexion de la fonction (1f) par

$$s_{10} = \frac{1}{\sqrt{0,426 \cdot m_b \cdot 10^{-4}}} \approx \frac{150}{\sqrt{m_b}} \quad (12)$$

Le montant constant de 5,7 dans l'équation (11) ne peut pas être comparé avec celui de 6,4 dans l'équation (4), vu le fait qu'on a utilisé pour l'équation (4) les valeurs moyennes quadratiques des écarts-types des distances obtenus des vols individuels; cependant on a utilisé pour l'équation (11) les écarts-types obtenus des groupes individuels de distance. L'équation (11) implique la dépendance des écarts-types et de la longueur des distances, mais l'équation (4) ne le fait pas.

L'équation (11) est désignée comme une approximation parce qu'on ne peut plus indiquer par cela les écarts-types des distances de tous les vols pour le niveau de signification de 95 %. Cependant, elle suffit pour estimer les erreurs des distances de l'essai d'Oberriet. En effet, il n'est pas facile d'exécuter des estimations par une fonction exponentielle. Pour cette raison on a déterminé à l'aide de l'équation (11) un diagramme (figure 9) comprenant les écarts-types des distances pour des échelles image différentes entre 1/4 000 et 1/20 000. On l'a établi pour des longueurs des distances en «m sur le terrain» et pour les écarts-types en «cm sur le terrain».

4.4. Comparaison des distances IV

On peut conclure des valeurs moyennes des écarts-types des distances déterminées par voie graphique et représentées dans les tableaux 6 et 7 à une dépendance de l'échelle de dessin. Les valeurs moyennes décroissent avec l'échelle décroissante.

Cependant, en dessinant on n'effectue qu'une transformation des points, pointés à l'aide du repère de mesure dans l'image plastique, par une certaine échelle de projection v_K à la table de traçage. Par conséquent, les erreurs inhérentes dans le dessin sont les erreurs σ_{sM} existantes dans le modèle qui sont introduites dans le dessin et qui sont multipliées par le même facteur d'échelle v_K .

Les agrandissements moyens que les modèles ont obtenus lors du dessin sont considérablement différents pour les différentes échelles de dessin, à savoir pour l'échelle de

1/1 000	$v_K = 4,5,$
1/2 000	$v_K = 2,6,$
1/5 000	$v_K = 1.$

Il n'y a qu'un seul dessin au 1/5 000.

A l'erreur dépendante de l'échelle de projection v_K s'ajoute encore une partie dépendante du dispositif de dessin et — si nous voulons déterminer les erreurs des distances — l'erreur

commise lors de la mesure de la longueur de distance. Si nous groupons les deux premières composantes d'erreur mentionnées, la dernière étant représentée par le terme k , il nous faut reproduire les écarts-types des distances déterminées par voie graphique à l'aide de

$$\sigma_{s4} = \sqrt{\sigma_{sM}^2 \cdot v_K^2 + k^2}. \quad (13)$$

Dans le tableau 14 les écarts-types des distances dans le modèle (obtenus dans le paragraphe 4.3.3, tableau 13) figurent par opposition aux écarts-types des distances obtenus des dessins relatifs. De plus, nous avons mentionné l'échelle de projection v_K et le nombre des distances mesurées graphiquement.

Par la méthode des moindres carrés, nous avons déterminé à l'aide de ces observations la valeur la meilleure possible pour k , obtenue de l'équation (13) avec

$$k = (46 \pm 1,6) \mu\text{m}.$$

Cette partie d'erreur de ± 46 correspond, par conséquent, à l'erreur du dispositif de dessin et à l'erreur faite en mesurant graphiquement les distances.

Dans la figure 10 nous avons reproduit graphiquement les valeurs du tableau 14 ensemble avec la fonction suivante

$$\sigma_{s4} = \sqrt{\sigma_{sM}^2 \cdot v_K^2 + 46^2} (\mu\text{m}). \quad (13a)$$

A l'aide du $k = 46 \mu\text{m}$ nous avons normalisé les écarts-types σ_{s4} des distances déterminées par voie graphique à l'échelle de $v_K = 1$ avec

$$\sigma_{s4} \sqrt{\frac{\sigma_{s4}^2}{v_K^2} + k^2} \cdot \frac{(v_K^2 - 1)}{v_K^2}. \quad (14)$$

Pour le groupement des résultats obtenus à l'aide de différentes échelles de dessin, les longueurs des distances indiquées en «mm sur la carte» sont appropriées, puisqu'elles dépendent de la longueur des distances dans le modèle et de l'échelle de projection v_K .

Dans le tableau 15 nous avons reproduit les écarts-types des distances déterminées par voie graphique, normalisés à l'aide de l'équation (14).

4.4.1. Ecarts-types normalisés des distances mesurées

Les écarts-types normalisés des distances mesurées s'augmentent avec une longueur croissante de distance (cf. figure 11a) et s'étendent vers une valeur maximale. Pour cette raison nous voulons utiliser de nouveau la fonction exponentielle (1f) pour décrire les écarts-types. A l'aide du poids attribué et utilisé jusqu'à présent, il nous faut pour la moyenne de tous les dessins

$$\sigma'_{s41} = (5,8 - 0,87 \cdot e^{-0,00007 s^2}) \quad (1/100 \text{ mm sur la carte}) \quad (15)$$

et

$$\Sigma pvv = 1,66.$$

Avec sept degrés de liberté on a

$$\chi^2_{95\%} = 14,1.$$

La fonction calculée décrit la tendance des écarts-types dans l'intervalle

$$0 \leq s \leq 350 \text{ mm sur la carte}$$

avec une précision suffisante.

On ne peut plus reconnaître une dépendance des écarts-types de l'échelle image après la normalisation à l'échelle de la projection $\nu_K = 1 : 1$. Il n'y a que dans certains cas des différences significatives entre les valeurs moyennes des groupes individuels de distance et les écarts-types dans les différentes échelles de dessin.

4.4.2. Ecarts-types normalisés des distances dérivées des coordonnées mesurées

Les écarts-types normalisés des distances dérivées des coordonnées mesurées montrent une tendance semblable à celle des distances mesurées directement. Il résulte d'une compensation avec la fonction exponentielle (1f) pour la moyenne de tous les dessins

$$\sigma'_{s42} = (5,7 - 0,95 \cdot e^{-0,00158 s^2}) \quad (1/100 \text{ mm sur la carte}) \quad (16)$$

et

$$\Sigma pvv = 0,23.$$

Cette fonction s'applique également pour un coefficient de confiance de 95 % dans l'intervalle

$$0 \leq s \leq 350 \text{ mm sur la carte.}$$

Nous avons reproduit dans la figure 11b cette fonction et les écarts-types trouvés empiriquement. En pratique, elle ne diffère pas de celle trouvée dans l'équation (15) sous paragraphe 4.4.1, comme on peut remarquer en comparant les deux figures 11a et 11b.

5. Résumé

On a pu dériver du matériel volumineux de l'essai d'Oberriet des informations vérifiées statistiquement sur la tendance des erreurs de distance déterminées par voie photogramétrique.

En détail, il en résulte

- une dépendance minimale des erreurs de distance de l'échelle de projection dans l'appareil de restitution,
- une dépendance des erreurs de distance de l'échelle image,
- l'indépendance des erreurs de distance de la longueur de distance, si les extrémités se trouvent dans des modèles différents,
- une dépendance des erreurs de distance de la longueur de distance, si les extrémités se trouvent dans le même modèle. Pour la description de cette dépendance on a étudié six fonctions différentes. Une fonction exponentielle de la forme

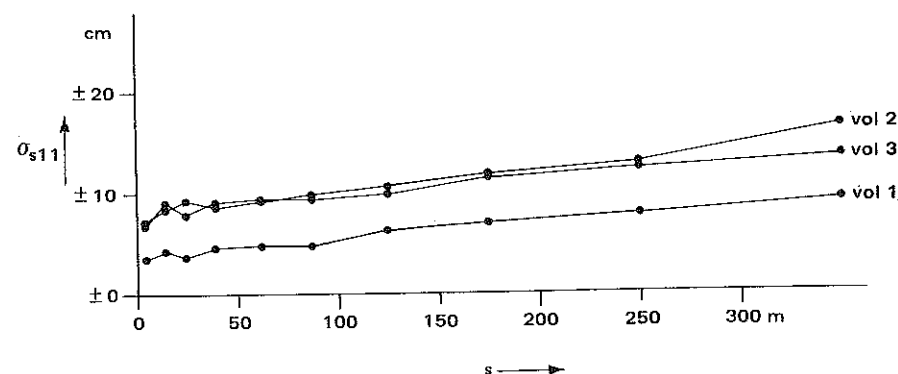
$$\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$$

s'est prouvée la plus favorable.

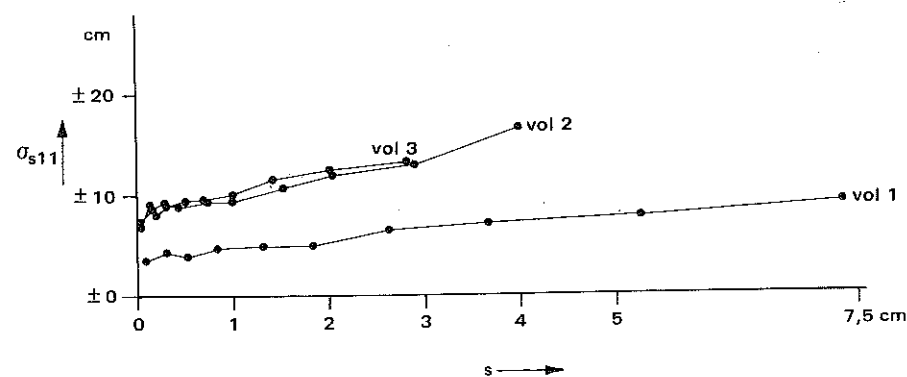
Les études ont été terminées par une comparaison des distances obtenues dans des restitutions graphiques avec les valeurs théoriques déterminées par voie terrestre. Avant tout, les écarts-types des distances déterminées par voie graphique dépendent des erreurs de l'image plastique et du facteur de la projection sur la table de traçage, c'est-à-dire du rapport de l'échelle modèle : échelle de dessin. Par contre, il n'y a qu'une dépendance minimale entre les écarts-types des distances déterminées graphiquement et la longueur de distance.

Figure 1

Comparaison des distances I — Ecart-types σ_{s11} des distances obtenus de la chambre à angle normal à film en cm sur le terrain
 Comparison of distances I — Standard deviations σ_{s11} of distances obtained by the normal-angle film camera in cm in the terrain



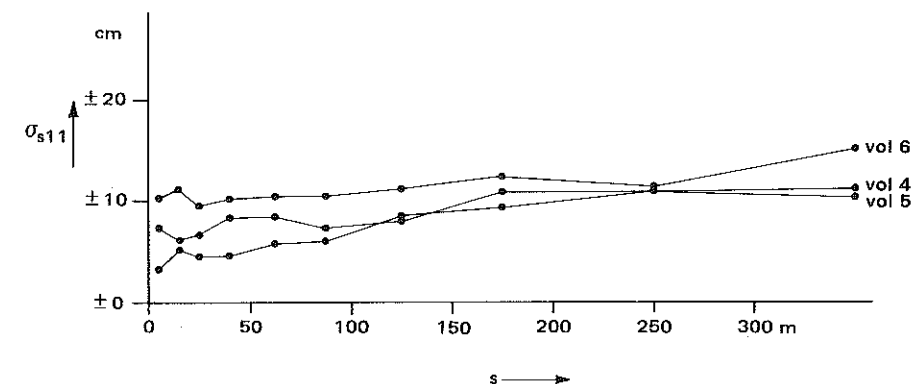
a) Ecart-types des distances dépendant de la longueur de distance sur le terrain
 Standard deviations of distances in dependence on the distance length in the terrain



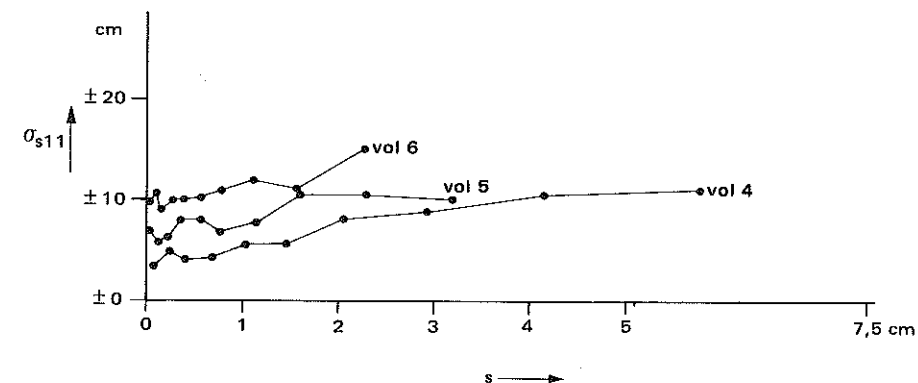
b) Ecart-types des distances dépendant de la longueur de distance dans le cliché
 Standard deviations of distances in dependence on the distance length in the photo

Figure 2

Comparaison des distances I — Ecart-types σ_{s11} des distances obtenus de la chambre à angle normal à plaques en cm sur le terrain
 Comparison of distances I — Standard deviations σ_{s11} of distances obtained by the normal-angle plate camera in cm in the terrain



a) Ecart-types des distances dépendant de la longueur de distance sur le terrain
 Standard deviations of distances in dependence on the distance length in the terrain

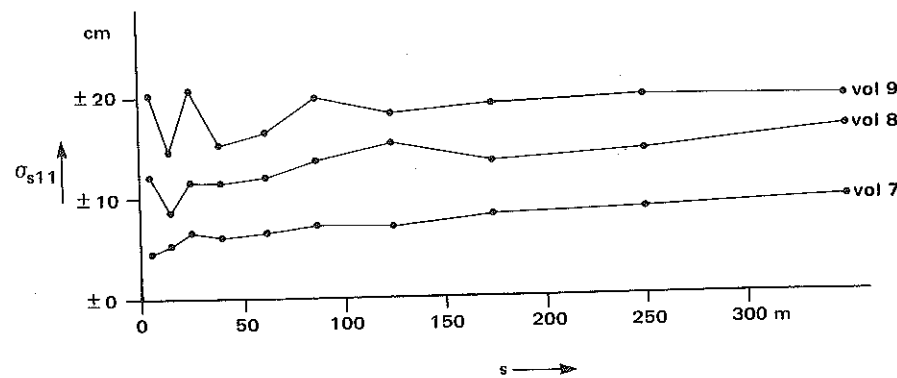


b) Ecart-types des distances dépendant de la longueur de distance dans le cliché
 Standard deviations of distances in dependence on the distance length in the photo

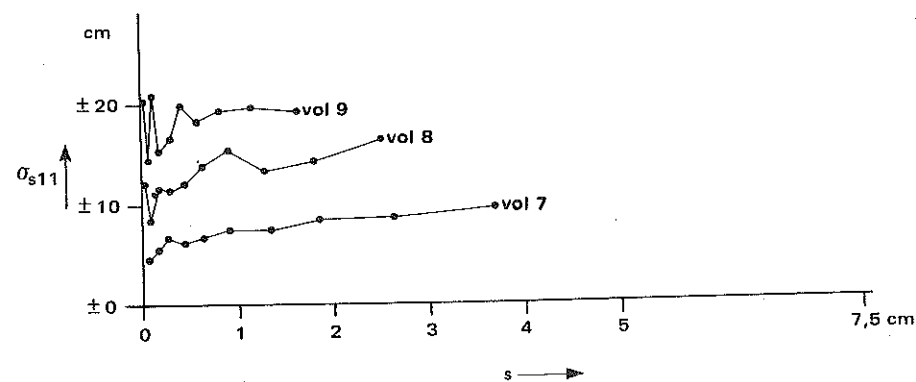
Figure 3

Comparaison des distances I — Ecart-types σ_{s11} des distances obtenus de la chambre grand'angulaire à plaques en cm sur le terrain

Comparison of distances I — Standard deviations σ_{s11} of distances obtained by the wide-angle plate camera in cm in the terrain



- a) Ecart-types des distances dépendant de la longueur de distance sur le terrain
Standard deviations of distances in dependence on the distance length in the terrain

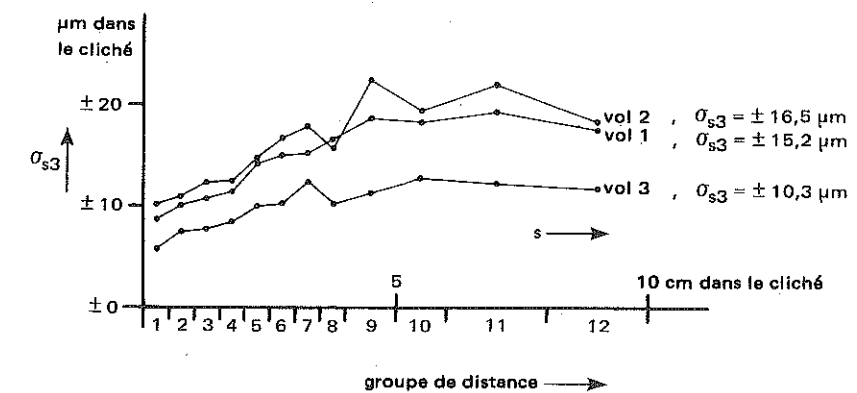


- b) Ecart-types des distances dépendant de la longueur de distance dans le cliché
Standard deviations of distances in dependence on the distance length in the photo

Figure 4

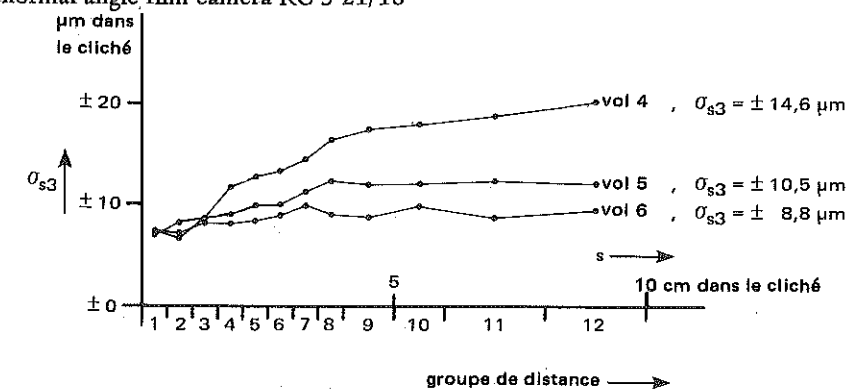
Comparaison des distances III — Ecart-types σ_{s3} des distances pour les groupes individuels de distance

Comparison of distances III — Standard deviations σ_{s3} of distances for individual distance groups



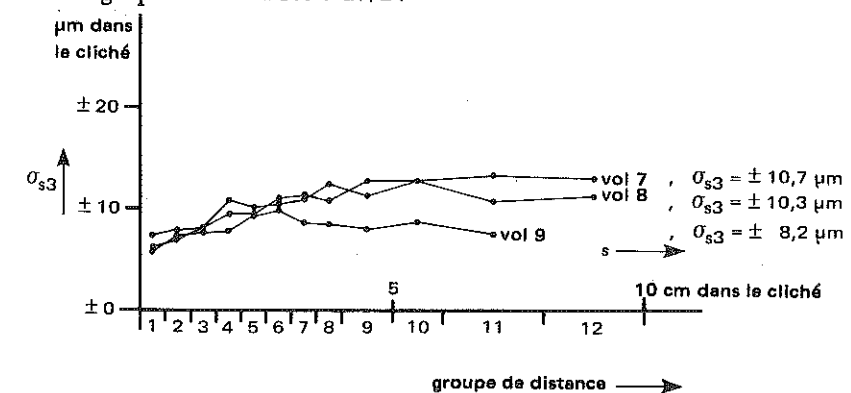
- a) la chambre à angle normal à film RC 5 21/18

normal-angle film camera RC 5 21/18



- b) la chambre à angle normal à plaques RC 7 17/14

normal-angle plate camera RC 7 17/14



- c) la chambre grand'angulaire à plaques RC 7 10/14

wide-angle plate camera RC 7 10/14

Figure 5 a

Comparaison des distances III – Ecart-types σ_{s3} des distances en fonction de la longueur de distance et représentation par la fonction $\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$

Comparison of distances III – Standard deviations σ_{s3} of distances as function of the distance length and representation by function $\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$

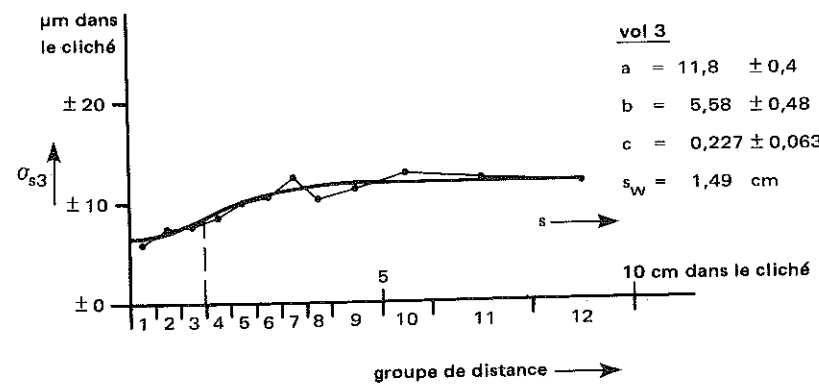
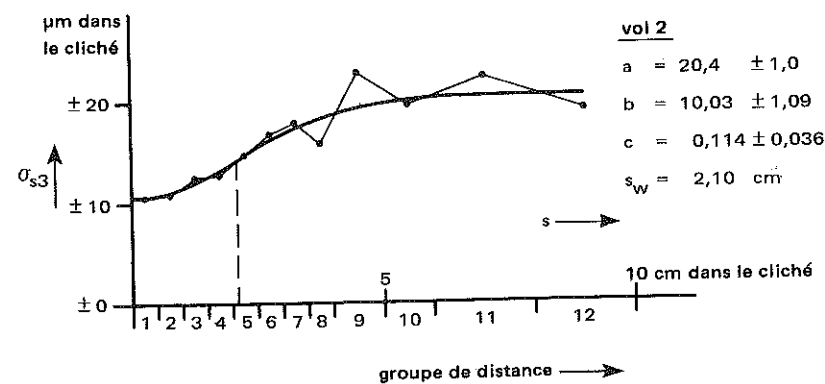
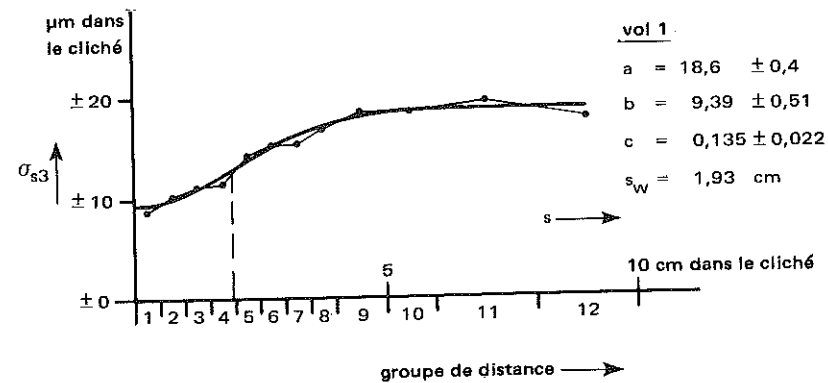


Figure 5 b

Comparaison des distances III – Ecart-types σ_{s3} des distances en fonction de la longueur de distance et représentation par la fonction $\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$

Comparison of distances III – Standard deviations σ_{s3} of distances as function of the distance length and representation by function $\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$

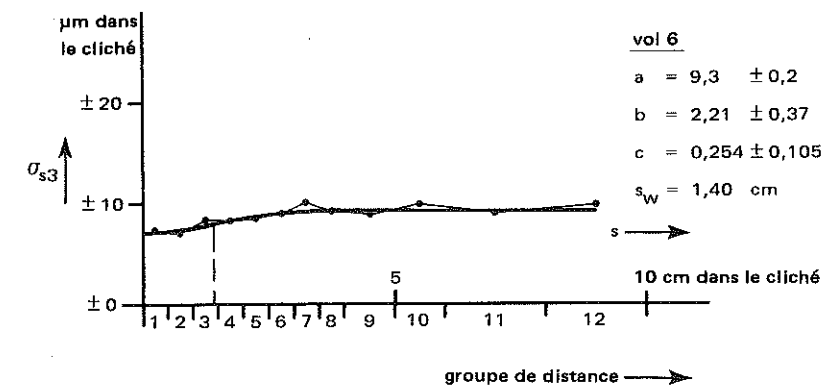
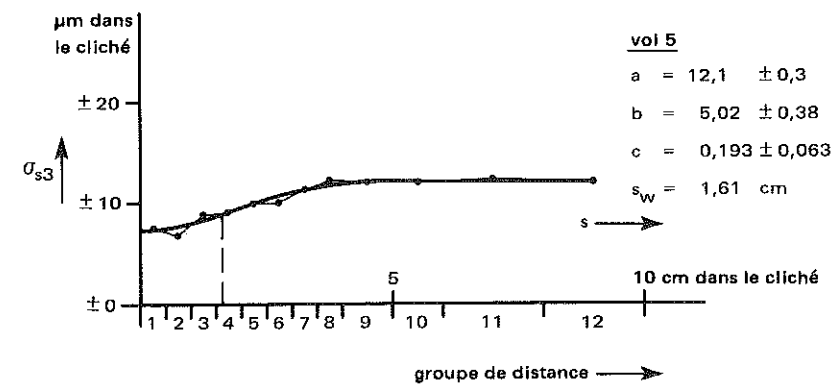
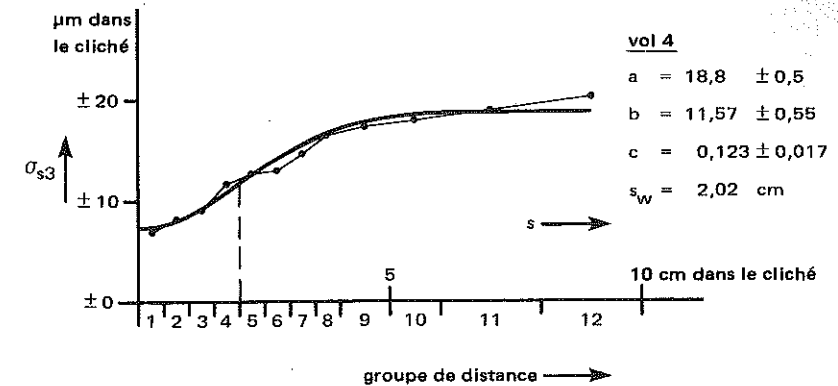


Figure 5 c

Comparaison des distances III — Ecart-types σ_{s3} des distances en fonction de la longueur de distance et représentation par la fonction $\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$

Comparison of distances III — Standard deviations σ_{s3} of distances as function of the distance length and representation by function $\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$

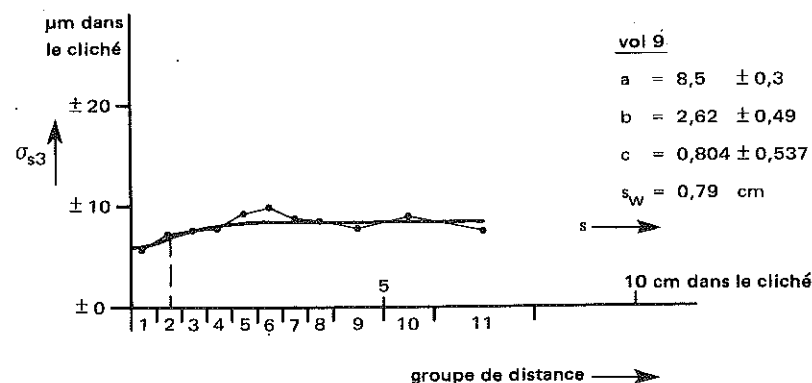
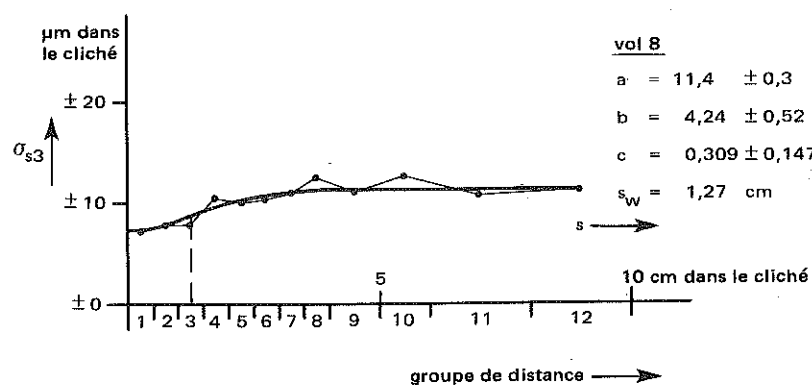
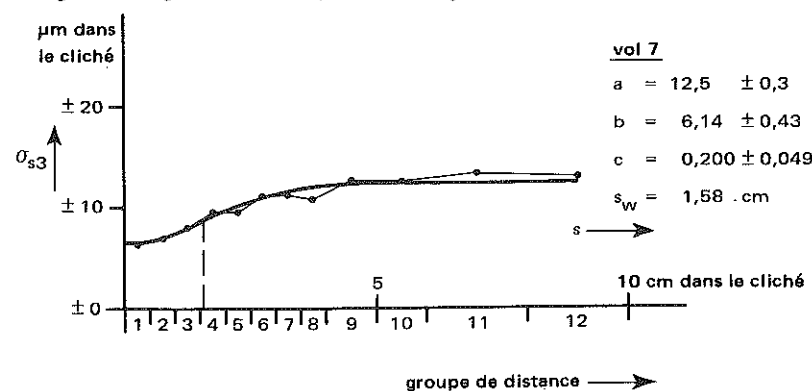


Figure 5 d

Comparaison des distances III — Ecart-types σ_{s3} des distances en fonction de la longueur de distance et représentation par la fonction $\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$

Comparison of distances III — Standard deviations σ_{s3} of distances as function of the distance length and representation by function $\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$

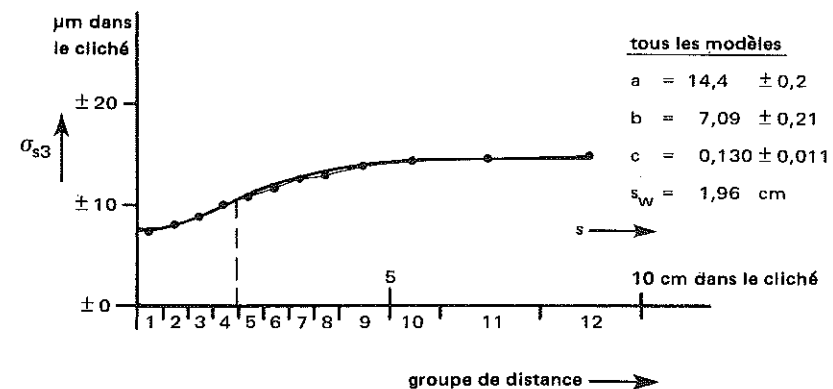
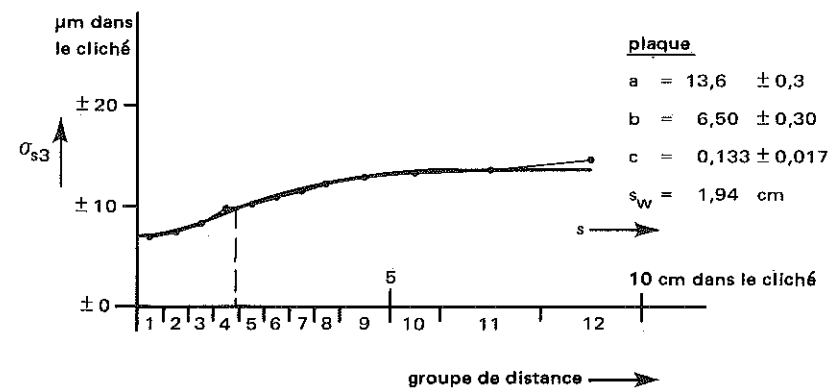
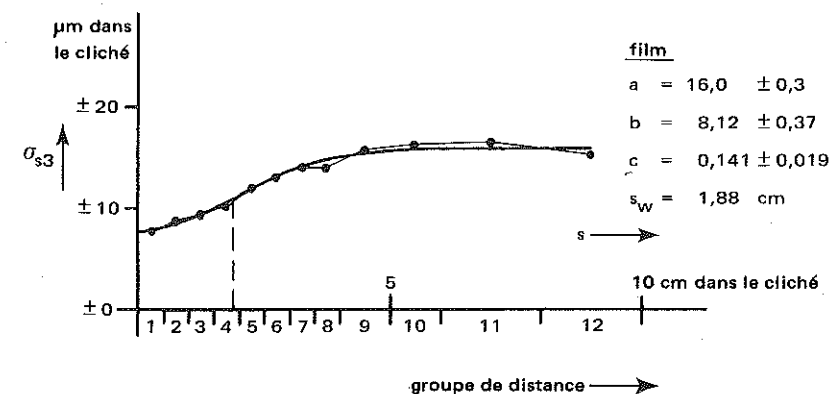


Figure 6

Valeurs moyennes quadratiques des écarts-types σ_{s3} des distances dépendant de l'échelle image selon l'équation (4)

R. m. s. values of the standard deviations σ_{s3} of distances in dependence on photo scale according to equation (4)

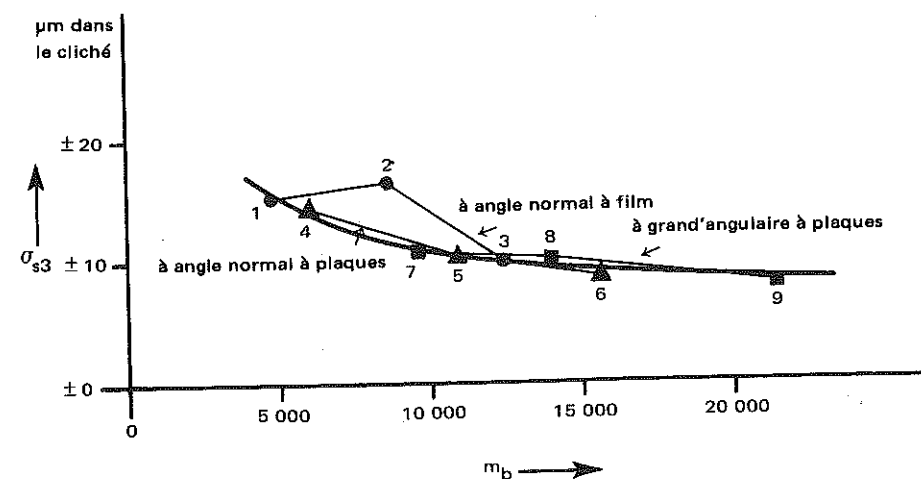
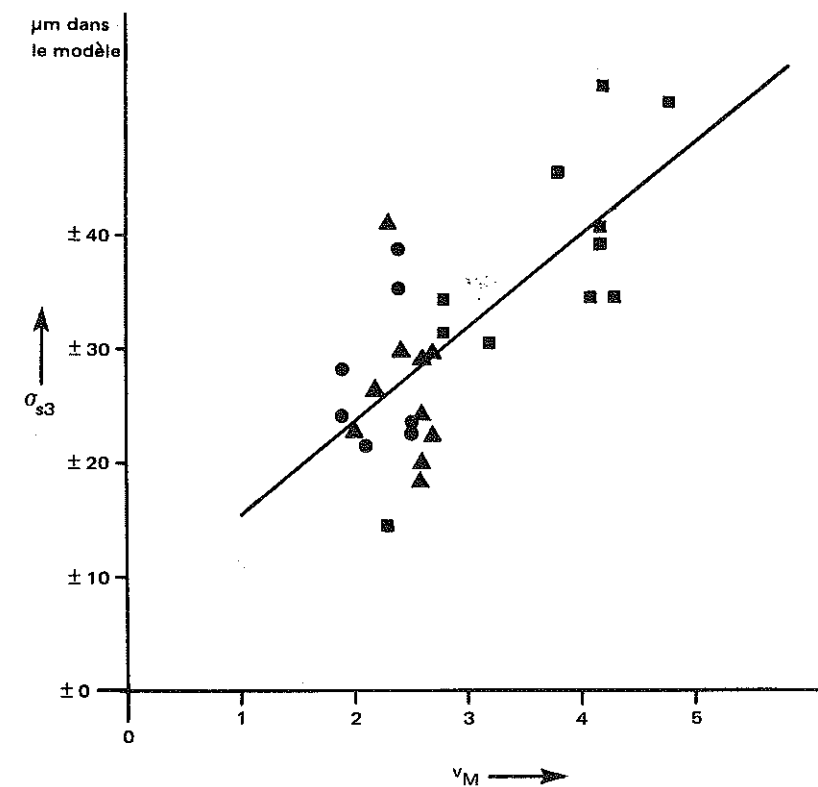


Figure 7

Écarts-types σ_{s3} des distances dépendant de l'agrandissement du modèle v_M selon l'équation (5a), (sans vol 2)

Standard deviations σ_{s3} of distances dependent on the model enlargement v_M according to equation (5a), (without flight 2)



- = chambre à angle normal à film
- ▲ = chambre à angle normal à plaques
- = chambre grand'angulaire à plaques

Figure 8

Comparaison des distances III – Compensation des coefficients a , b et c en fonction $\sigma_{s3} = a - b \cdot e^{-cs^2}$ dépendant de l'échelle image

Comparison of distances III – Adjustment of the coefficients a , b and c of the function $\sigma_{s3} = a - b \cdot e^{-cs^2}$ dependent on the photo scale

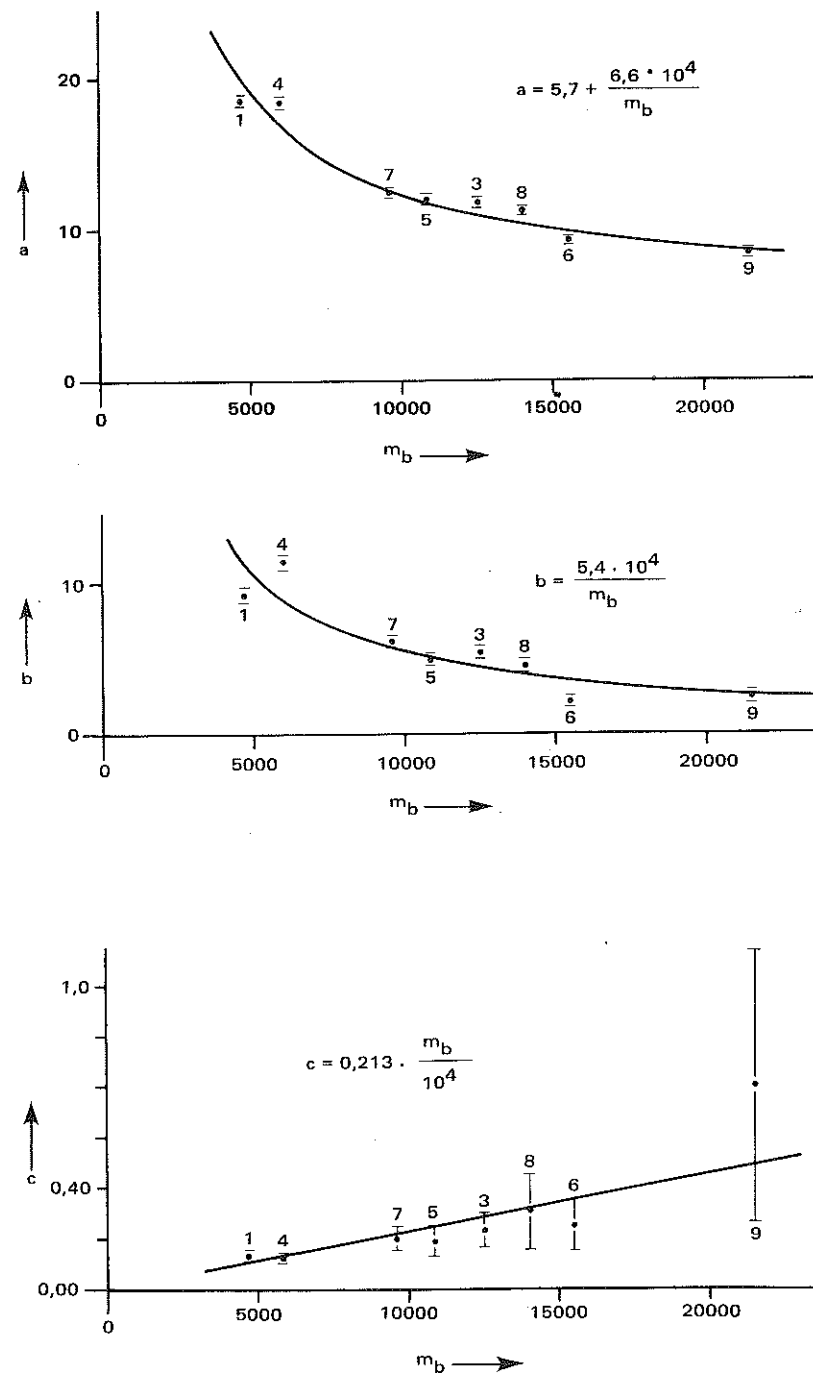


Figure 9

Ecart-types σ_s des distances en fonction de la longueur de distance et de l'échelle image selon l'équation (11)

Standard deviations σ_s of distances as function of the distance length and of photo scale according to equation (11)

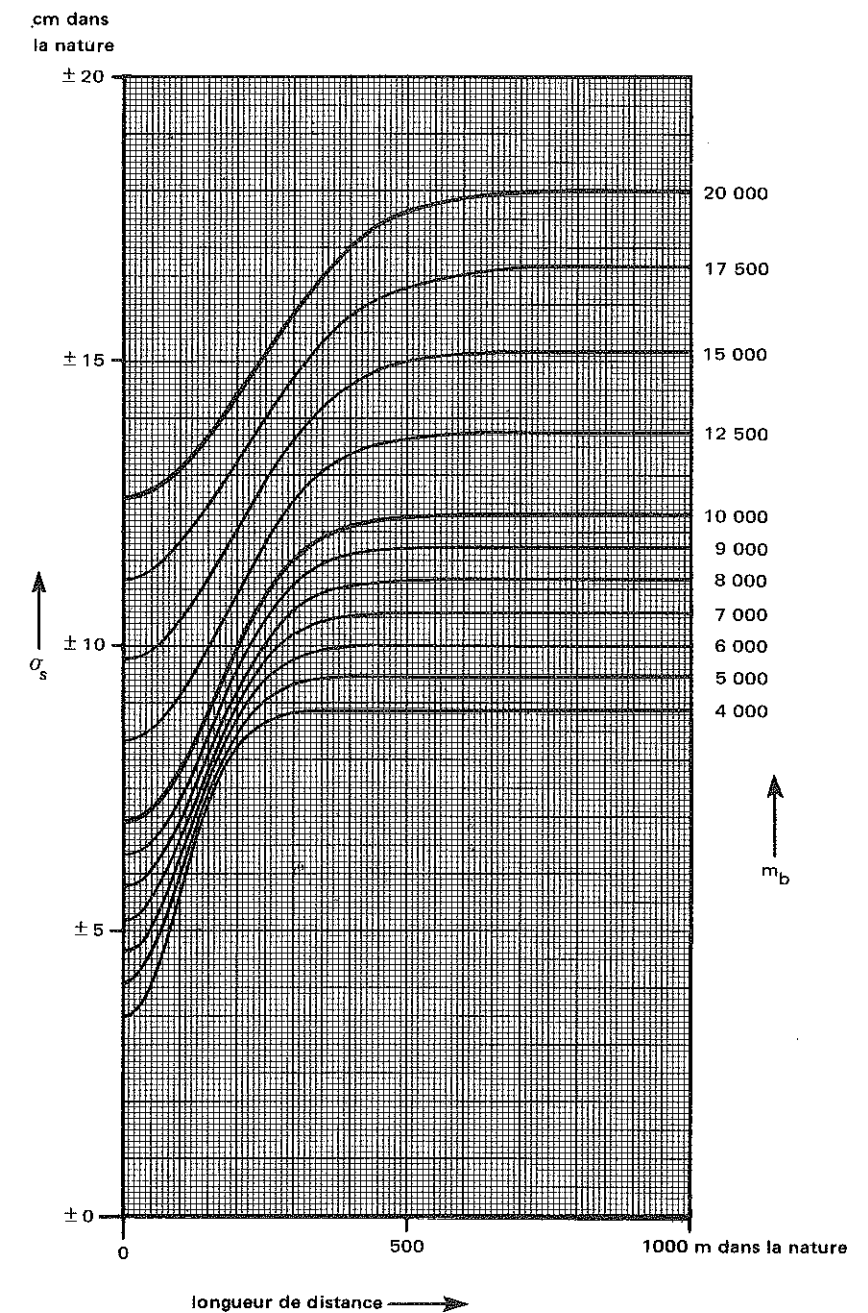


Figure 10

Comparaison des distances IV — Dépendance des écarts-types σ_{s4} des distances mesurées des écarts-types σ_{sM} des distances dans le modèle et de l'agrandissement du dessin v_K selon l'équation (13a)

Comparison of distances IV — Dependence of standard deviations σ_{s4} of taped distances on the standard deviations σ_{sM} of distances in the model and the plotting enlargement v_K according to equation (13a)

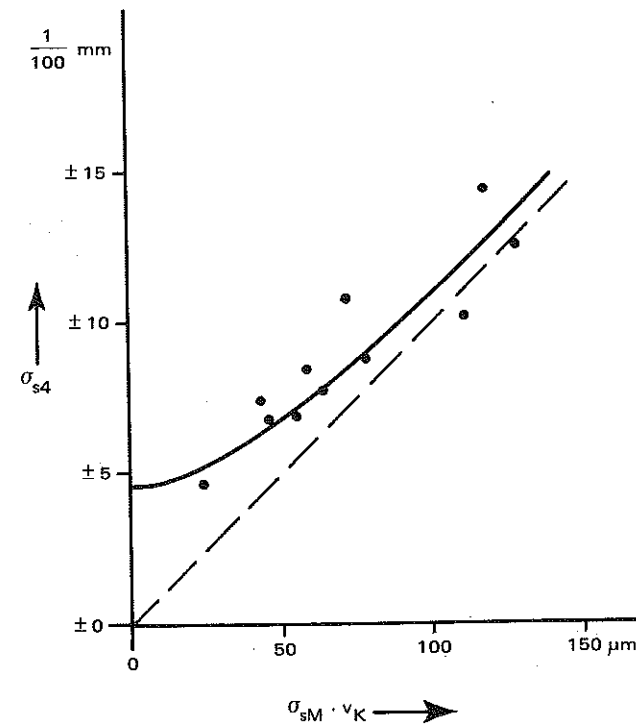
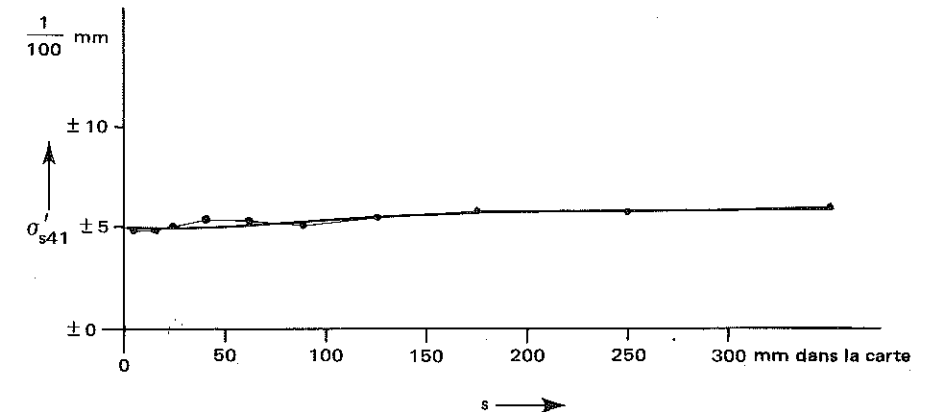


Figure 11

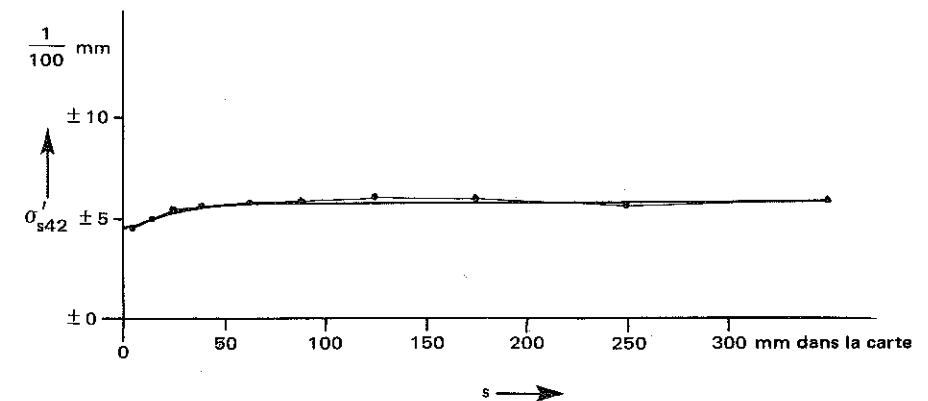
Comparaison des distances IV — Ecarts-types normalisés σ'_{s4} des distances déterminées par voie graphique en fonction de la longueur de distance s

Comparison of distances IV — Normalized standard deviations σ'_{s4} of graphically determined distances as function of the distance length s



a) Ecarts-types σ'_{s41} des distances mesurées et représentation selon l'équation (15)

Normalized standard deviations σ'_{s41} of taped distances and representation according to equation (15)



b) Ecarts-types σ'_{s42} des distances dérivées des coordonnées mesurées et représentation selon l'équation (16)

Normalized standard deviations σ'_{s42} of distances derived from taped co-ordinates and representation according to equation (16)

Tableau 1 — Quelques données du vol photographique et de la restitution

Table 1 — Some data on photo flight and restitution

vol	chambre	c [cm]	format du cliché [cm ²]	matériel photo- graphique	échelle image	moyenne échelle modèle	v_M	nombre des modèles utilisés
1	RC 5	21	18 x 18	film	1 : 4 700	1 : 2 152	2,23	5
2	RC 5	21	18 x 18	film	1 : 8 600	1 : 4 000	2,16	3
3	RC 5	21	18 x 18	film	1 : 12 400	1 : 5 533	2,25	2
4	RC 7	17	14 x 14	plaque	1 : 6 000	1 : 2 722	2,21	5
5	RC 7	17	14 x 14	plaque	1 : 10 900	1 : 4 333	2,52	3
6	RC 7	17	14 x 14	plaque	1 : 15 600	1 : 6 000	2,60	3
7	RC 7	10	14 x 14	plaque	1 : 9 600	1 : 2 500	3,83	3
8	RC 7	10	14 x 14	plaque	1 : 14 000	1 : 4 500	3,10	2
9	RC 7	10	14 x 14	plaque	1 : 21 500	1 : 5 200	4,13	2

Tableau 2 — Comparaison des distances I. Ecart-types σ_{s11} [en cm sur le terrain]
des distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle

Table 2 — Comparison of distances I.

Standard deviations σ_{s11} [in cm in the terrain] of distances with terminals in the same model

vol	σ_s nombre n	groupe de distance [longueur de distance en m]										σ_s moyenne Σn
		0-10	10-20	20-30	30-50	50-75	75-100	100-150	150-200	200-300	300-400	
1	σ_s 109	3,6	4,4	3,8	4,6	4,8	4,8	6,3	6,9	7,6	9,0	5,5 825
2	σ_s 224	7,2	8,6	9,2	8,7	9,3	9,9	10,6	11,7	12,9	16,4	10,5 1916
3	σ_s 140	7,0	9,0	7,9	8,9	9,4	9,4	9,9	11,5	12,4	13,3	10,0 1303
4	σ_s 110	3,6	5,1	4,4	4,4	5,7	5,9	8,3	9,2	10,8	11,2	6,7 717
5	σ_s 92	7,7	6,0	6,5	8,3	8,4	7,1	8,0	10,9	10,9	10,2	8,4 794
6	σ_s 143	10,1	11,1	9,4	10,1	10,2	10,5	11,1	12,3	11,4	15,1	11,2 1315
7	σ_s 78	4,6	5,5	6,6	6,1	6,5	7,3	7,2	8,2	8,5	9,3	7,0 698
8	σ_s 233	12,2	8,7	11,6	11,5	12,1	13,8	15,2	13,4	14,2	16,2	13,1 2308
9	σ_s 74	20,2	14,8	20,9	15,4	16,5	19,7	18,4	19,2	19,6	19,3	18,5 753

Tableau 3 — Comparaison des distances I. Écarts-types σ_{s12} [en cm sur le terrain]
des distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents

Table 3 — Comparison of distances I.
Standard deviations σ_{s12} [in cm in the terrain] of distances with terminals in different models

vol		groupe de distance [longueur de distance en m]										σ_s moyenne Σn
		0-10	10-20	20-30	30-50	50-75	75-100	100-150	150-200	200-300	300-400	
1	σ_s nombre n	12,6 60	11,4 49	9,8 37	10,9 40	10,9 68	12,6 62	8,0 50	8,0 41	10,6 66	7,7 67	9,5 540
2	σ_s n	19,9 128	20,6 89	21,9 124	25,9 126	24,2 116	23,4 113	22,9 126	21,2 86	19,2 124	18,5 103	21,4 1135
3	σ_s n	18,1 41	17,6 32	19,1 19	21,9 53	22,7 50	22,0 25	24,5 39	19,9 35	21,5 46	22,6 41	20,8 381
4	σ_s n	10,5 101	10,0 54	10,0 51	8,8 65	8,7 73	9,8 71	9,6 60	9,1 35	9,4 58	8,4 58	9,4 626
5	σ_s n	13,2 24	9,7 22	10,9 23	11,6 30	10,5 29	11,8 28	12,9 24	12,3 16	15,6 25	11,7 21	11,7 242
6	σ_s n	16,3 96	18,6 88	15,8 78	17,6 116	19,7 109	19,3 71	20,3 103	16,9 75	16,5 100	20,2 112	17,9 948
7	σ_s n	10,6 24	11,6 41	11,6 25	12,6 35	9,7 34	10,0 40	10,4 33	10,0 25	10,7 35	9,2 33	10,5 325
8	σ_s n	17,4 118	16,0 86	19,7 108	18,4 158	19,8 108	20,8 100	22,2 125	19,2 86	19,9 135	20,2 96	19,1 1120
9	σ_s n	21,3 35	14,8 35	20,1 27	15,0 24	18,9 26	21,5 41	17,4 38	18,7 32	24,9 40	18,7 48	18,5 346

Tableau 4 — Comparaison des distances II. Écarts-types des distances courtes [en cm sur le terrain]

Table 4 — Comparison of distances II. Standard deviations of short distances [in cm in the terrain]

vol		écarts-types des distances, dont les extrémités se trouvent dans le même modèle (σ_{s21}) dans des modèles différents (σ_{s22})									
		groupe de distance [longueur de distance en m]					groupe de distance [longueur de distance en m]				
		0-10	10-20	20-25	25-30	σ_s moyenne Σn	0-10	10-20	20-25	25-30	σ_s moyenne Σn
1	σ_s nombre n	4,1 99	4,0 69	5,6 39	4,4 207	4,4 207	11,7 98	8,7 76	11,2 16	10,6 190	10,6 190
2	σ_s n	9,0 291	10,3 229	9,3 106	9,5 626	9,5 626	18,6 223	19,1 183	18,0 71	18,7 477	18,7 477
3	σ_s n	8,1 144	8,5 96	11,0 37	8,7 277	8,7 277	19,6 34	21,0 21	18,0 5	20,0 60	20,0 60
4	σ_s n	3,7 105	5,6 48	6,1 15	4,6 168	4,6 168	9,4 96	8,6 35	11,1 10	9,3 141	9,3 141
5	σ_s n	7,9 86	6,5 47	8,4 18	7,6 151	7,6 151	13,8 22	9,0 11	12,4 3	12,4 36	12,4 36
6	σ_s n	10,4 121	10,8 76	10,7 20	10,6 217	10,6 217	17,4 76	19,6 51	19,8 9	18,4 136	18,4 136
7	σ_s n	5,0 75	5,1 47	7,3 19	5,4 141	5,4 141	10,8 24	11,6 19	15,9 11	12,3 54	12,3 54
8	σ_s n	13,1 185	8,3 97	13,1 42	11,9 324	11,9 324	18,3 98	18,3 31	17,1 20	18,2 149	18,2 149
9	σ_s n	21,4 63	13,4 39	19,7 10	18,8 112	18,8 112	22,4 29	13,8 18	32,9 4	20,9 51	20,9 51

Tableau 5 — Comparaison des distances III. Ecarts-types σ_s [en cm sur le terrain]
des distances, séparément selon des groupes de distance et des vols

Table 5 — Comparison of distances III. Standard deviations σ_s [in cm in the terrain]
of distances, separated according to distance groups and flights

vol		groupe de distance [longueur de distance en cm dans le cliché]										σ_s moyenne Σn		
		0-0,5	0,5-1	1-1,5	1,5-2	2-2,5	2,5-3	3-3,5	3,5-4	4-5	5-6		6-8	8-10
1	σ_s nombre n	4,2 352	4,9 285	5,3 327	5,4 344	6,7 311	7,1 352	7,2 361	7,9 356	8,7 400	8,7 396	9,1 418	8,3 413	7,3 4315
2	σ_s n	9,2 392	9,2 368	10,8 376	11,0 380	12,8 376	14,5 354	15,5 344	13,7 324	19,7 340	16,9 330	19,3 376	16,4 370	14,4 4330
3	σ_s n	7,4 330	9,3 325	9,6 330	10,6 330	12,4 325	13,0 324	15,5 324	12,8 324	13,9 324	15,7 312	15,2 330	14,6 319	12,8 3897
4	σ_s n	4,2 454	5,0 359	5,5 350	7,0 378	7,7 352	7,9 384	8,8 358	9,9 366	10,5 463	10,8 410	11,4 443	12,2 350	8,8 4667
5	σ_s n	8,1 270	7,4 255	9,7 264	9,9 270	10,8 264	11,1 270	12,3 258	13,2 264	13,1 264	13,1 255	13,5 255	13,1 228	11,4 3117
6	σ_s n	11,6 390	10,9 369	13,0 378	12,9 381	13,3 375	14,0 375	15,9 345	14,3 375	13,7 375	15,3 354	14,0 354	15,4 208	13,6 4279
7	σ_s n	5,9 360	6,7 335	7,6 348	9,2 349	9,1 360	10,7 355	10,7 356	10,3 360	12,2 357	12,1 357	12,7 360	12,5 355	10,3 4252
8	σ_s n	10,0 360	11,2 354	11,2 360	14,9 360	14,0 360	14,7 360	15,4 360	17,5 330	15,5 300	17,8 294	15,0 276	15,7 168	14,5 3882
9	σ_s n	12,5 118	15,5 118	16,4 120	16,7 118	19,7 116	21,3 118	18,6 114	18,5 116	17,1 114	19,2 104	16,4 76	— —	17,6 1232

Tableau 6 — Comparaison des distances IV.
Ecarts-types σ_{s41} [en 1/100 mm sur la carte] des distances mesurées

Table 6 — Comparison of distances IV.
Standard deviations σ_{s41} [in 1/100 mm in the map] of taped distances

échelle cartogra- phique		groupe de distance [longueur de distance en m]											σ_s moyenne $\sum n$
		0-10	10-20	20-30	30-50	50-75	75-100	100-150	150-200	200-300	300-400		
1 : 1 000	σ_s nombre n	10,5 56	10,2 43	10,5 36	10,5 34	10,7 34	11,1 32	14,9 35	15,8 24	14,7 17	15,8 19	12,1 330	
1 : 2 000	σ_s n	6,5 168	7,8 175	6,1 171	6,7 163	7,5 154	7,9 145	8,8 148	7,8 143	8,8 145	9,7 127	7,8 1539	
1 : 5 000	σ_s n	4,7 55	4,0 53	4,4 51	4,7 27	5,0 28	4,2 27	4,5 26	6,3 24	4,5 23	4,3 21	4,6 335	
	σ_s moyenne $\sum n$	7,2 279	7,7 271	6,6 258	7,2 224	7,8 216	8,1 204	9,7 209	9,1 191	9,1 185	10,1 167	8,2 2204	
		groupe de distance [longueur de distance en mm sur la carte]											σ_s moyenne $\sum n$
		0-10	10-20	20-30	30-50	50-75	75-100	100-150	150-200	200-300	300-400		
1 : 1 000	σ_s n	10,5 56	10,2 43	10,5 36	10,5 34	10,7 34	11,1 32	14,9 35	15,8 24	14,7 17	15,8 19	12,1 330	
1 : 2 000	σ_s n	7,2 343	6,4 334	7,5 154	7,9 145	8,8 148	7,8 143	8,8 145	9,7 127	-	-	7,8 1539	
1 : 5 000	σ_s n	4,4 186	4,6 55	4,5 26	6,3 24	4,5 23	4,3 21	-	-	-	-	4,6 335	
	σ_s moyenne $\sum n$	6,9 585	6,7 432	7,8 216	8,2 203	8,8 205	8,2 196	10,3 180	10,9 151	14,7 17	15,8 19	8,2 2204	

Tableau 7 — Comparaison des distances IV. Écarts-types σ_{s42} [en 1/100 mm sur la carte]
des distances dérivées des coordonnées mesurées

Table 7 — Comparison of distances IV. Standard deviations σ_{s42} [in 1/100 mm in the map]
of distances derived from the taped co-ordinates

échelle cartogra- phique	σ_s nombre n	groupe de distance [longueur de distance en m]										σ_s moyenne Σn
		0-10	10-20	20-30	30-50	50-75	75-100	100-150	150-200	200-300	300-400	
1 : 1 000	σ_s nombre n	10,7 50	10,6 37	9,4 36	9,6 38	9,3 40	11,6 34	14,1 38	15,6 29	14,0 24	13,5 25	11,8 351
1 : 2 000	σ_s n	6,1 54	6,3 42	7,0 45	7,3 49	7,2 52	9,6 44	10,0 43	10,0 39	10,6 42	10,2 39	8,5 449
1 : 5 000	σ_s n	5,0 28	3,0 23	4,8 22	4,3 28	4,5 30	4,7 26	6,6 26	5,6 23	6,2 25	6,4 24	5,2 255
	σ_s moyenne Σn	8,0 132	7,7 102	7,6 103	7,6 115	7,5 122	9,4 104	11,0 107	11,3 91	10,7 91	10,5 88	9,1 1055
	σ_s nombre n	groupe de distance [longueur de distance en mm sur la carte]										σ_s moyenne Σn
		0-10	10-20	20-30	30-50	50-75	75-100	100-150	150-200	200-300	300-400	
1 : 1 000	σ_s nombre n	10,7 50	10,6 37	9,4 36	9,6 38	9,3 40	11,6 34	14,1 38	15,6 29	14,0 24	13,5 25	11,8 351
1 : 2 000	σ_s n	6,2 96	7,2 94	7,2 52	9,6 44	10,0 43	10,0 39	10,6 42	10,2 39	—	—	8,5 449
1 : 5 000	σ_s n	4,4 101	4,6 56	6,6 26	5,6 23	6,2 25	6,4 24	—	—	—	—	5,2 255
	σ_s moyenne Σn	6,8 247	7,4 187	7,8 114	8,9 105	9,0 108	9,8 97	12,4 80	12,8 68	14,0 24	13,5 25	9,1 1055

Tableau 8 — Comparaison des distances I. Coefficients des fonctions (1a)-(1f) pour la
représentation des écarts-types des distances σ_{s11} [en μm dans le cliché]

Table 8 — Comparison of distances I. Coefficients of the functions (1a)-(1f) for the
representation of the standard deviations of distances σ_{s11} [in μm the photo]

vol	fonction											
	(1a)			(1b)			(1c)			Sign.		
	a	b	Σppu	a	b	Σppu	a	b	Σppu	$+/ -$	$+/ -$	$+/ -$
1	7,8	1,62	2,97	55,0	37,80	2,95	5,9	4,07	4,95	+	+	+
2	9,0	2,31	5,41	76,1	56,92	5,65	7,3	4,58	6,80	+	+	+
3	6,3	1,78	4,93	37,3	30,33	4,04	5,3	3,18	3,18	+	+	+
4	6,2	2,66	7,53	31,6	57,19	6,96	4,1	5,65	9,54	+	+	+
5	6,2	1,30	10,86	36,0	20,97	10,58	5,3	2,41	11,41	+	+	+
6	6,2	1,13	5,44	38,8	15,46	5,78	5,8	1,65	7,70	+	+	+
7	5,6	1,37	5,44	28,6	21,83	4,10	4,5	2,84	2,03	+	+	+
8	7,6	1,72	27,62	55,4	33,89	26,21	6,6	3,05	24,69	—	—	—
9	7,9	0,89	7,86	59,7	16,63	7,88	7,5	1,26	8,00	+	+	+
Σ			78,06			74,15			78,30			

Tableau 8 (suite) — Table 8 (continued)

fonction															
vol	(1d)					(1e)					(1f)				
	a	b	c	Σpvv	Sign. +/—	a	b	c	Σpvv	Sign. +/—	a	b	c	Σpvv	Sign. +/—
1	20,4	12,98	0,178	3,39	+	414,4	362,7	0,115	4,23	+	20,4	11,94	0,048	4,43	+
2	24,7	15,98	0,205	5,99	+	612,3	538,5	0,123	6,55	+	24,7	15,02	0,056	11,17	+
3	16,8	10,62	0,237	4,07	+	281,1	244,7	0,160	3,74	+	16,8	8,99	0,071	10,57	+
4	15,7	10,12	0,475	11,31	+	245,2	217,3	0,329	13,08	+	15,7	9,13	0,257	7,75	+
5	10,7	4,78	0,435	10,45	+	114,3	81,2	0,360	10,59	+	10,7	4,23	0,150	10,19	+
6	11,5	5,28	0,225	6,07	+	132,0	93,6	0,170	6,28	+	11,5	5,00	0,118	4,61	+
7	10,9	5,76	0,548	3,00	+	119,2	93,8	0,405	2,53	+	10,9	5,04	0,157	8,09	+
8	13,7	6,29	0,394	24,78	—	186,8	133,6	0,318	24,18	—	13,7	5,62	0,160	26,43	—
9	8,6	0,98	2,136	7,84	+	73,7	15,8	2,025	7,83	+	8,6	0,79	3,186	7,34	+
Σ				76,90					79,01					90,58	

Tableau 9 — Comparaison des distances I. Valeurs moyennes quadratiques des écarts-types σ_{s12} des distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différentsTable 9 — Comparison of distances I. R. m. s. values of standard deviations σ_{s12} of distances with terminals in different models

vol	écarts-types des distances			nombre des distances <i>n</i>	Σpvv
	cm sur le terrain	μm dans le cliché	μm dans le modèle		
1	9,5	20,4	44,6	540	13,89
2	21,4	24,7	53,5	1135	11,51
3	20,8	16,8	33,0	381	3,86
1+3	15,2	19,0	39,8	921	6,30
4	9,4	15,7	34,5	626	3,19
5	11,7	10,7	29,1	242	3,39
6	17,9	11,5	29,9	948	7,59
4+5+6	14,7	13,0	31,3	1816	8,24
7	10,5	10,9	42,0	325	2,50
8	19,1	13,7	42,4	1120	8,18
9	18,5	8,6	35,7	346	7,55
7+8+9	17,7	12,4	41,0	1791	14,64
tous ¹⁾	16,0	14,2	37,1	4528	16,82

¹⁾ sans vol 2
without flight 2

List of Some Terms Utilized in the Tables and in the Figures

A	à angle normal avec	normal-angle with
C	chambre	camera
D	dans le cliché dans le modèle de direction de vol	in the image (photo) in the model from flight direction
E	écarts-types des distances écarts-types des distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle écarts-types des distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents échelle cartographique échelle image échelle modèle encore	standard deviations of distances standard deviations of distances with terminals in the same model standard deviations of distances with terminals in different models map scale photo scale model scale still
F	format du cliché	photo size
G	grand'angulaire groupe de distance	wide-angle distance group

N	nombre	number
	nombre des modèles utilisés	number of the utilized models
P	plaque	plate
	plaques compensatrices	compensating plates
	prises de vues à angle normal	normal-angle photographs
	prises de vues grand'angulaires	wide-angle photographs
S	sans	without
	selon	according to
	significatif	significant
	suite	continued
	sur le terrain	in the terrain
T	tous les modèles	all models
	tous les vols	all flights
U	unité de lecture	reading unit
	unité de mesure	unit of measure
V	vol	flight

Tableau 10 — Comparaison des distances II. Ecart-types σ_{s2} des distances courtes
Table 10 — Comparison of distances II. Standard deviations σ_{s2} of short distances

vol	écarts-types des distances, dont les extrémités se trouvent dans le même modèle (σ_{s21})						dans des modèles différents (σ_{s22})			$\frac{\sigma_{s22}}{\sigma_{s21}}$
	n	cm sur le terrain	μm dans le cliché	μm dans le modèle	n	cm sur le terrain	μm dans le cliché	μm dans le modèle		
1	145	4,2	9,0	19,5	167	11,0	23,4	51,2	2,62	
2	277	8,7	10,1	21,8	66	19,1	22,2	47,8	2,20	
3	626	9,6	7,7	17,4	477	18,7	15,1	33,8	1,95	
1+3	771	8,8	8,0	17,8	644	17,0	17,6	39,1	2,20	
4	168	4,6	7,7	16,9	141	9,3	15,5	34,2	2,03	
5	151	7,6	7,0	17,6	36	12,4	11,4	28,6	1,63	
6	217	10,6	6,8	17,7	136	18,4	11,8	30,7	1,73	
4+5+6	536	8,3	7,1	17,4	313	14,3	13,6	32,1	1,86	
7	141	5,4	5,6	21,6	54	12,3	12,8	49,2	2,28	
8	324	11,8	8,4	26,2	149	18,2	13,0	40,5	1,54	
9	112	18,8	8,7	36,2	51	20,9	9,7	40,2	1,11	
7+8+9	577	12,4	7,9	27,5	254	17,7	12,4	42,4	1,54	
tous ¹⁾	1884	9,9	7,7	21,1	1211	16,5	15,6	38,2	1,81	

¹⁾ sans vol 2
without flight 2

Tableau 11 — Comparaison des distances III. Coefficients des fonctions (1a)-(1f) pour la représentation des écarts-types des distances σ_{s3} [en μm dans le cliché]

Table 11 — Comparison of distances III. Coefficients of the functions (1a)-(1f) for the representation of the standard deviations of distances σ_{s3} [in μm in the photo]

vol	fonction											
	(1a)				(1b)				(1c)			
	a	b	Σpvv	Sign. +/-	a	b	Σpvv	Sign. +/-	a	b	Σpvv	Sign. +/-
1	9,9	1,31	58,48	-	80,2	39,78	37,49	-	6,6	4,63	28,04	-
2	10,8	1,41	64,43	-	99,6	45,84	48,73	-	7,4	4,87	44,93	-
3	7,0	0,82	59,85	-	40,8	17,06	41,99	-	4,9	2,92	27,93	-
4	7,2	1,89	43,77	-	34,5	51,05	14,30	+	3,6	5,94	15,73	+
5	7,6	0,74	32,92	-	52,3	15,84	24,84	-	5,7	2,63	19,04	-
6	7,6	0,31	21,24	-	56,8	5,62	19,86	-	6,8	1,12	15,73	+
7	6,8	0,97	46,27	-	38,4	20,71	25,83	-	4,6	3,33	15,75	+
8	8,0	0,62	52,02	-	58,7	13,20	44,04	-	6,3	2,25	32,07	-
9	7,0	0,32	18,13	-	46,1	5,32	17,29	-	6,0	1,21	13,62	+
Σ			397,11				274,37				212,84	
film	9,4	1,23	159,43	-	75,1	35,32	106,17	-	6,4	4,31	84,82	-
plaque	7,3	1,06	119,45	-	44,5	23,69	52,85	-	5,0	3,48	34,76	-
tous les modèles	8,1	1,17	242,44	-	53,3	29,91	118,16	-	5,4	3,92	87,43	-

Tableau 11 (suite) — Table 11 (continued)

vol	fonction														
	(1d)					(1e)					(1f)				
	a	b	c	Σpuv	Sign. +/-	a	b	c	Σpuv	Sign. +/-	a	b	c	Σpuv	Sign. +/-
1	20,0	12,32	0,318	15,39	+	438,1	383,7	0,206	18,52	-	18,6	9,39	0,135	6,06	+
2	22,4	13,50	0,260	34,81	-	581,0	504,7	0,153	37,98	-	20,4	10,03	0,114	23,85	-
3	12,5	7,34	0,441	14,26	+	164,3	139,8	0,323	15,46	+	11,8	5,58	0,227	14,43	+
1+2+3											17,6	8,71	0,126	27,14	-
4	23,3	17,48	0,217	7,59	+	1062,2	1031,9	0,059	11,65	+	18,8	11,57	0,123	9,31	+
5	12,9	6,78	0,361	11,30	+	173,9	139,2	0,278	12,41	+	12,1	5,02	0,193	6,33	+
6	9,6	2,85	0,486	12,01	+	92,2	47,5	0,429	12,21	+	9,3	2,21	0,254	9,95	+
4+5+6											14,8	7,48	0,114	11,62	+
7	13,8	8,50	0,354	7,06	+	211,2	185,1	0,224	8,39	+	12,5	6,14	0,200	11,52	+
8	11,9	5,59	0,533	18,02	-	143,5	105,5	0,440	18,86	-	11,4	4,24	0,309	14,36	+
9	8,4	3,88	1,299	6,68	+	70,5	52,2	1,195	5,76	+	8,5	2,62	0,804	5,56	+
7+8+9											11,7	5,03	0,242	12,74	+
Σ				126,12					141,24					101,37	
film	19,1	11,58	0,301	52,59	-	407,4	353,6	0,187	61,31	-	16,0	8,12	0,141	9,10	+ ¹⁾
plaque	15,6	9,44	0,260	14,06	+	291,3	255,4	0,144	19,38	-	13,6	6,50	0,133	8,53	+
tous les modèles	17,4	10,71	0,262	38,25	-	359,9	317,3	0,146	52,86	-	14,4	7,09	0,130	11,81	+ ¹⁾

¹⁾ sans vol 2
without flight 2

Tableau 12 — Comparaison des distances III.
Valeurs moyennes quadratiques des écarts-types σ_{s3} des distances

Table 12 — Comparison of distances III.
R. m. s. values of standard deviations σ_{s3} of distances

vol	écarts-types des distances σ_{s3}		
	cm sur le terrain	μm dans le cliché	μm dans le modèle
1	7,3	15,2	34,5
2	14,4	16,5	36,6
3	12,8	10,3	22,7
4	8,8	14,6	33,4
5	11,4	10,5	26,1
6	13,6	8,8	22,7
7	10,3	10,7	41,8
8	14,5	10,3	37,1
9	17,6	8,2	34,4

Tableau 13 — Comparaison des distances III. Valeurs moyennes quadratiques des écarts-types σ_{s3} des distances pour les modèles individuels

Table 13 — Comparison of distances III. R. m. s. values of the standard deviations σ_{s3} of distances for the individual models

vol	nombre des distances n	ν_M	σ_{s3} μm dans le modèle	σ_{s3} μm dans le cliché	σ_{s3} selon (6) μm dans le cliché
1	1369	1,9	28,3	14,9	16,2
	1473	2,4	35,2	14,7	15,6
	1473	2,4	38,8	16,1	15,6
2	4315	2,23	34,5	15,2	15,8
	906	2,2	40,0	18,2	11,8
	906	2,2	31,8	14,4	11,8
	1259	2,2	40,0	18,2	11,8
	1259	2,2	33,5	15,2	11,8
3	4330	2,20	36,6	16,5	11,8
	709	1,9	24,1	12,7	10,6
	1066	2,5	23,6	9,4	10,1
	1413	2,1	21,5	10,2	10,4
	709	2,5	22,2	8,9	10,1
4	3897	2,23	22,7	10,3	10,3
	1271	2,0	22,7	11,3	14,1
	1433	2,4	29,6	12,3	13,7
	1963	2,3	41,0	17,8	13,8
	4667	2,21	33,4	14,6	13,4
5	1039	2,7	22,3	8,3	10,4
	1039	2,2	26,4	12,0	10,8
	1039	2,7	29,2	10,8	10,4
6	3117	2,52	26,1	10,5	10,6
	965	2,6	19,8	7,6	9,4
	1384	2,6	18,2	7,0	9,4
	965	2,6	29,0	11,2	9,4
7	4279	2,60	22,7	8,8	9,4
	1760	3,2	30,4	9,5	10,7
	1068	4,8	51,6	10,7	10,3
	1424	3,8	45,5	12,0	10,5
	4252	3,83	41,8	10,7	10,5
8	647	4,2	40,5	9,6	9,2
	647	2,3	14,4	6,3	9,9
	961	2,8	31,2	11,1	9,6
	647	4,2	53,1	12,6	9,2
	647	4,2	39,0	9,3	9,2
	333	2,8	34,4	12,3	9,6
9	3882	3,10	37,1	10,3	9,5
	616	4,3	34,4	8,0	8,2
	616	4,1	34,4	8,4	8,2
	1232	4,20	34,4	8,2	8,2

Tableau 14 — Comparaison des distances IV.
Comparaison des écarts-types σ_{s3} des distances dans le modèle et des écarts-types σ_{s4} des distances sur la carte

Table 14 — Comparison of distances IV. Comparison of standard deviations σ_{s3} of distances in the model and of standard deviations σ_{s4} of distances in the map

échelle carto- graphique	σ_{s3} [μm]	ν_K	$\sigma_{s3} \cdot \nu_K$ [μm]	σ_{s4} [μm]	nombre des distances n
1 : 1 000	22,2	5	111,0	101	129
	23,6	5	118,0	143	94
	31,8	4	127,2	124	76
	28,3	2,5	70,8	117	31
1 : 2 000	23,6	2,5	59,0	84	317
	31,8	2	63,6	76	142
	18,2	3	54,6	68	314
	14,4	3	43,2	73	359
	31,2	2,5	78,0	87	338
	30,4	1,5	45,6	67	69
1 : 5 000	23,6	1	23,6	46	335

Tableau 15 — Comparaison des distances IV. Ecarts-types normalisés σ'_{s4} [en 1/100 mm sur la carte]
des distances déterminées par voie graphique

Table 15 — Comparison of distances IV. Normalized standard deviations σ'_{s4} [in 1/100 mm in the map]
of graphically determined distances

15.1 Distances mesurées directement — Directly taped distances

échelle cartogra- phique		groupe de distance [longueur de distance en mm sur la carte]										σ_s moyenne $\sum n$	ν_K
		0-10	10-20	20-30	30-50	50-75	75-100	100-150	150-200	200-300	300-400		
1:1 000	σ_s nombre n	5,0 56	5,2 43	5,0 36	5,0 34	5,3 34	5,2 32	5,6 35	5,6 24	5,8 17	6,1 19	5,3 330	4,53
1:2 000	σ_s n	5,1 343	4,9 334	5,2 154	5,3 145	5,4 148	5,2 143	5,5 145	5,8 127	—	—	5,2 1539	2,63
1:5 000	σ_s n	4,4 186	4,6 55	4,5 26	6,3 24	4,5 23	4,3 21	—	—	—	—	4,6 335	1,00
	σ_s moyenne $\sum n$	4,9 585	4,9 432	5,1 216	5,4 203	5,3 205	5,1 196	5,5 180	5,8 151	5,8 17	6,1 19	5,1 2204	2,67

15.2 Distances dérivées des coordonnées mesurées — Distances derived from taped co-ordinates

échelle												σ_s moyenne $\sum n$	ν_K
		1:1 000	1:2 000	1:5 000	1:1 000	1:2 000	1:5 000	1:1 000	1:2 000	1:5 000	1:1 000		
1:1 000	σ_s n	5,1 50	5,5 37	5,0 36	4,9 38	5,0 40	5,2 34	5,4 38	5,5 29	5,5 24	5,8 25	5,3 351	4,39
1:2 000	σ_s n	5,0 96	5,2 94	5,2 52	5,9 44	6,0 43	5,9 39	6,2 42	6,0 39	—	—	5,5 449	2,19
1:5 000	σ_s n	4,4 101	4,6 56	6,6 26	5,6 23	6,2 25	6,4 24	—	—	—	—	5,2 255	1,00
	σ_s moyenne $\sum n$	4,8 247	5,1 187	5,5 114	5,5 105	5,7 108	5,8 97	5,8 80	5,8 68	5,5 24	5,8 25	5,4 1055	2,63

Bibliographie

- [1] Förstner, R.: Der Streckenfehler bei photogrammetrischen Koordinatenmessungen. — Bildmessung und Luftbildwesen, 1955, pp. 65-75, 110-117.
- [2] Burkhardt, R.: Über die Nachbargenauigkeit im Punktfeld, gezeigt am Beispiel photogrammetrischer Katasterkoordinaten. — Bildmessung und Luftbildwesen, 1955, pp. 16-26.
- [3] Lehmann, G.: Compte rendu des travaux de la Commission C de l'O.E.E.P.E. effectués jusqu'à présent. — Photogrammetria, XII, 1955-1956, 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 141-148 (en langue anglaise: pp. 156-163; en langue allemande: pp. 149-155).
- [4] Förstner, R.: Résultats complémentaires des transformations de coordonnées de l'essai d'Oberrieth de la Commission C de l'OEEPE. — Publié dans ce numéro.
- [5] Graf; Henning; Stange: Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. — 2^e Edition, Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag 1966.
- [6] Gotthardt, E.: Rapport sur les premiers résultats de l'essai d'Oberrieth de la Commission C de l'O.E.E.P.E. — Photogrammetria, XV, 1958-1959, 3 (Publ. Spéc. O.E.E.P.E., No. II), pp. 114-132 (en langue anglaise: pp. 141-148; en langue allemande: pp. 133-140).
- [7] Kraus, K.: Zur photogrammetrischen Lageblockausgleichung unabhängiger Modelle. — Bildmessung und Luftbildwesen, 1967, pp. 151-156.

Comparison of Distances of "Oberriet"

(Abstract)

Von Karl Schürer, Frankfurt a. M.

1. Introduction

The accuracy of photogrammetrically determined distances depends on the planimetric accuracy of the distance terminals. Two boundary values are to be expected for the distance accuracy, the first one if the terminals are situated in immediate neighbourhood. In this case only the observation errors enter into the distance error. With increasing distance between the two terminals the systematic error influence increases. The distance accuracy attains its second boundary value in that moment, when the terminals are situated in two different models. Consequently, we can indicate the r. m. s. distance error as function of the distance length in the general form

$$\sigma_s = f(s). \quad (1)$$

The six different functions (1a)–(1f) *) shall be verified statistically on the basis of the extensive observation material of the test of Oberriet and the most appropriate form shall be found for the representation of photogrammetric distance errors. At the same time eventually existing influences of photo scale and of model scale on the size of the distance errors shall be demonstrated.

The numerical studies on the distance accuracy are finally supplemented by the determination of the accuracy obtained from the plotted distances.

2. Geodetic and photogrammetric data

In the test area about 600 marked check points were available which were signalized in different sizes.

As photogrammetric base for the study of the distance accuracy 28 models were used, each being restituted several times. The photo scale of the nine different flights was between 1 : 4 700 and 1 : 21 500. The photos were taken by three different cameras (see Table 1).

By means of the photogrammetric co-ordinates the lengths of about 300 selected distances, which had to be separated into 10 groups of distances up to 400 m were calculated. 272 additional distances up to a length of 25 m were directly measured by means of a steel tape. The accuracy of the terrestrially determined co-ordinates amounted to ± 5 mm, that for the direct distance measurement to ± 15 mm.

*) For detailed information on functions and equations see French version.

3. Computations

Only a few central places made the computations, so that the terrestrially determined theoretical distances should not be made known to the restitution centres.

3.1. Comparison of distances I

The lengths of the prescribed distances had to be derived from the photogrammetrically determined co-ordinates. From the errors of these distances the standard deviations had to be formed for the individual flights as well as within the flights for the individual distance groups and in addition separately according to distances the terminals of which are situated in the same model or in adjacent models (see Tables 2 and 3).

We signify by

$$\begin{aligned}\sigma_{s11} &= \text{standard deviations of distances with terminals in the same model,} \\ \sigma_{s12} &= \text{standard deviations of distances with terminals in different models.}\end{aligned}$$

3.2. Comparison of distances II

For the short distances being measured directly similar comparisons were made, i. e. for three groups of distances. Table 4 comprises the standard deviations σ_{s21} and σ_{s22} for distances the terminals of which are situated in the same and in different models respectively.

3.3. Comparison of distances III

As basis for the comparison the photogrammetric co-ordinates were used which were taken from a linear conformal transformation in which for each flight all common-measured check points were applied. Nine distance groups were formed with distances up to 10 cm in the photo (see Table 5). Within the distance groups each point was only used once as terminal. Hereby, only distances were used the terminals of which were situated in the same model.

3.4. Comparison of distances IV

The restitution centres had to plot from each treated flight one model on stable drawing base and to take from these plottings the distances graphically. The selection of distances and grouping was identical with that of the comparison of distance I. The plottings were made at the scales of 1 : 1 000, 1 : 2 000, and 1 : 5 000. Some restitution centres determined the distance length directly using a scale, others measured the co-ordinates of the terminals by means of a coordinatograph. The observation material for this test is not very extensive. Tables 6 and 7 comprise the standard deviations σ_{s41} and σ_{s42} for distances taken directly from the plot and for distances for which the co-ordinates were derived.

4. Analysis

The standard deviations represented by the function (1) have been supplemented by a statistical study. From this results whether the empirically determined standard deviations can be described for the probability of 95 %. We determined the function $f(s)$ in such a way that the weighted square sum of the residual deviations between the function values and the empirical standard deviations σ_i of the individual N groups has been minimized.

If we select the group weights

$$P_i = \frac{n_i - 1}{\sigma_i^2} \quad (2)$$

whereby n_i signifies the number of distances in the group concerned, then the

$$\sum pvv \sim \chi^2$$

with $(N - u)$ degrees of freedom. u is the number of unknown parameters in the function $f(s)$. Thus the judgement of the determined function is possible by comparing the $\sum pvv$ with χ^2 for $(N - u)$ degrees of freedom.

When analyzing the distance errors in most cases the flight 2 had to be eliminated because of a supposed defect of the camera.

4.1. Comparison of distances I

4.1.1. Distances with terminals in the same model

On Figures 1a–3a the standard deviations σ_{s11} of the distances for the individual distance groups are represented as function of the distance length in "m in the terrain", on Figures 1b–3b as function of the distance length in "cm in the photo". We have verified by means of the functions (1a)–(1f) the empirically determined standard deviations σ_{s11} of the distances converted into the units "μm in the photo", in order to find an optimal form for the description of the distance errors. As far as photographs taken at small scales were concerned, only relatively short distances up to a length of maximally 2 cm were available for this purpose. Therefore, the standard deviations σ_{s12} determined in paragraph 4.1.2, were defined as quantity a for the exponential functions.

In Table 8 we indicated the coefficients of the different functions, the $\sum pvv$ and a note on the statistical significance for $\chi^2_{95} \% = 15.5$. It is demonstrated here that the standard deviations of the distances – without flight 8 – can be described with sufficient accuracy by means of all functions. Function (1b) shows in general the smallest residual deviations. The square sums of the residual deviations, however, do not disperse so much with the individual functions that a particular function would be favoured on the basis of the observation material.

4.1.2. Distances with terminals in different models

If we examine Table 3, we see that the standard deviations of these distances do not depend on the distance length. Therefore we used the simple form $\sigma_s = \text{const. (1g)}$ for a

description of the standard deviations σ_{s12} of the distances. With none of the 9 flights the Σpvv attained the value for $\chi^2 = 16.9$ (see Table 9). Also the mean values for the camera and the overall mean (without flight 2) can be described by the function (1g). Therefore:

The standard deviations of the distances can be considered as constant if the terminals are situated in different models. That is, they are independent of the distance length.

The standard deviations in "μm in the photo" showed relatively more favourable values for the small photo scales. The mean values for the two plate cameras do not differ significantly, but the standard deviation obtained by the film camera is clearly larger.

4.2. Comparison of distances II

As the standard deviations of the distances, the terminals of which are situated in different models, are independent of the distance length and, at the same time, are maximal distance errors and, as the deviations of short distances, the terminals of which are situated in the same model, represent the expected minimal values, we can indicate the whole range of the distance errors by the ratio $\sigma_{s22} : \sigma_{s21}$ (see Table 10).

It has to be noted that the difference between the two error types for the individual cameras decreases with decreasing photo scale. The ratio $\sigma_{s22} : \sigma_{s21}$ varies between 2.62 and 1.11 whereby the ratio of 1.11 for flight 9 is statistically no longer significant.

4.2.1. Distances with terminals in the same model

In the mean the standard deviations indicated in "μm in the photo" are equal for normal-angle film cameras and for the wide-angle plate camera, but the normal-angle plate camera revealed smaller standard deviations. There are no uniform tendencies for the cameras with the individual flights.

4.2.2. Distances with terminals in different models

The standard deviations σ_{s22} of short distances, the terminals of which are situated in different models, show again a decreasing tendency with decreasing photo scale (see Table 10). In the mean there is no significant difference between the values of the two plate cameras but the mean value for the film camera is clearly larger than that of the plate cameras. That is, there exist larger systematic errors with the film camera.

4.3. Comparison of distances III

The large number of observations used in this test leads us to anticipate results of statistical significance (see Table 5). In Figure 4 the standard deviations σ_{s3} of the distances of the unit "μm in the photo" are given for the individual flights and distance groups. The sketched curves of standard deviations are flatter with decreasing photo scale (without flight 2). The square mean values of the standard deviations σ_{s3} become also smaller with smaller photo scale. Consequently, there seems to exist a dependence of the standard deviations of the distances on the photo scale.

4.3.1. Distance errors as function of the distance length

For the representation of the dependence of the standard deviation σ_{s3} of the distances on the distance length we used again the functions (1a)–(1f).

For the functions (1a)–(1c) we obtain in general $\chi^2_{95} \% = 18.3$ and for the functions (1d)–(1f) 16.9. For flight 9 with 11 distance groups only $\chi^2_{95} \%$ is correspondingly 16.9 and 15.5 respectively.

In Table 11 we compiled the results of these tests. Except for flight 2 the results from the remaining 8 flights as well as those from the different cameras and the result determined for the overall mean were indicated with sufficient accuracy by means of the function (1f). We stated that by means of the function (1f) the standard deviations of distances within a photogrammetric model can be described with sufficient accuracy (see Fig. 5a–5d).

4.3.2. Distance errors and photo scale

In Table 12 we have converted the mean values of the standard deviations σ_{s3} into units "μm in the photo" and "μm in the model". The standard deviations indicated in "μm in the photo" show a non-linear dependence on the photo scale, demonstrated also in Figure 6. With the values of Table 12 (without flight 2) the equation (4) resulted for the interval $4\,700 \leq m_b \leq 21\,500$.

4.3.3. Distance errors and projection enlargement

In Figure 7 the mean values of the standard deviations of distances obtained for the individual models are shown. The standard deviations indicated in "μm in the model" show a significant increase with increasing projection enlargement v_M .

With the values obtained from Table 13 and valid for the individual models, equation (5a) and (5b) respectively resulted for the interval $1.9 \leq v_M \leq 4.8$ with a correlation coefficient of $r = +0.71$.

By inserting different values for v_M we can prove that, by means of the projection enlargement, the absolute distance accuracy can only be changed slightly.

4.3.4. Distance errors as function of projection enlargement and photo scale

The results of the studies on the dependence of distance errors on the photo scale and on the projection enlargement must be correlated, because the photos with smaller photo scale were measured also with the greater projection enlargements. The two influences were therefore studied together.

We combine the equations (4) and (5b) and obtain the equation (6). By means of a common adjustment of the mean values of the standard deviations indicated in Table 13 we obtain the coefficients:

$$a = 5.85 \pm 1.0,$$

$$b = 5.95 \pm 1.96,$$

$$c = 0.42 \pm 0.76.$$

The coefficients a , b , and c comprise relatively large r. m. s. errors. For c the relevant r. m. s. error exceeds even the absolute size of the coefficient. Consequently, it can be concluded that the influence of the projection enlargement on the standard deviation of the distances, indicated in " μm in the photo" cannot be confirmed with certainty. The values for the individual flights determined according to equation (6) are in good conformity with the empirical standard deviations (without flight 2, see Table 13).

4.3.5. Distance errors as function of distance and photo scale

Because of the systematic change of the curve of the functions (1f), recognizable in Figures 5a–5c, we tried to represent the standard deviations of the distances as function of the distance length and of the photo scale together.

In Figure 8 the 3 parameters of function (1f) of the photo scale number are represented together with their respective r. m. s. errors obtained from the adjustment of the individual flights. The coefficients a and b represent a hyperbola (see equation (7)).

For the coefficient b the value for t became very small and can be neglected.

For the coefficient c the increase of the respective r. m. s. errors with decreasing photo scale is striking. We could indicate this by equation (9) with sufficient accuracy, whereby it was evident that t again became very small so that it could be neglected.

Now the standard deviations of the distances can be expressed by equation (11) as function of the distance length and of the photo scale. Hereby s has to be inserted in " cm in the photo".

By means of equation (11) the standard deviations of the distances can no longer be indicated for all flights with the confidence level of 95 %. The equation, however, suffices to estimate the distance error of the test Oberriet.

Figure 9 shows the standard deviations of the distances for different photo scales between 1 : 4 000 and 1 : 20 000 according to equation (11). It applies to the distance lengths in the unit " m in the terrain" and for standard deviations in " cm in the terrain".

4.4. Comparison of distances IV

The mean values of the standard deviations of the graphically determined distances decrease with decreasing scale (see Tables 6 and 7).

When plotting, the points set by the floating mark in the stereo model are transferred with a certain enlargement factor ν_K onto the plotting table. Therefore the errors originating from the plotting are the errors σ_{sM} existing in the model which, multiplied by the same scale factor ν_K are introduced into the plotting.

The average enlargements which the models obtained in the plotting differ very much at different scales (see Table 15).

To the error depending on the enlargement factor ν_K the error parts depending on the plotting instrument and the error committed when measuring the distance length have to be added. Thus we obtain equation (13).

In Table 14 we have opposed the standard deviation of the distances in the model (obtained in paragraph 4.3.3, Table 13) and the respective standard deviations of the distances obtained from the plottings. In addition the enlargement factor ν_K and the number of graphically measured distances are indicated.

Using the least squares method we determined by means of these observations the best possible value for k obtained from equation (13) using

$$k = (46 \pm 1.6) \mu\text{m} \text{ (see also Fig. 10).}$$

With $k = 46 \mu\text{m}$ we normalized now the standard deviations σ_{s4} of the graphically determined distances according to equation (14) to the enlargement $\nu_K = 1$, as indicated in Table 15.

4.4.1. Normalized standard deviations of the taped distances

The normalized standard deviations of the taped distances increase with increasing distance length (see Fig. 11a) and reach a limiting value. We have consequently used the function (1f) for the description of the standard deviations and as a result obtained equation (15).

With $\Sigma pvv = 1.66$ and $\chi^2_{95} \% = 14.1$ it is demonstrated that equation (15) describes with sufficient accuracy the trend of the standard deviations in the interval $0 \leq s \leq 350 \text{ mm}$ on the map.

A dependence of the standard deviations on the photo scale can no longer be recognized after the normalization to the enlargement factor $\nu_K = 1$.

4.4.2. Normalized standard deviations of distances derived from taped co-ordinates

The normalized standard deviations of distances derived from taped co-ordinates show a similar trend to those obtained for the directly taped distances. Equation (16) resulted from an adjustment with the function (1f) for the mean of all plottings. In this case the $\Sigma pvv = 0.23$ which demonstrates that equation (16) is also of sufficient accuracy.

In Figure 11b we represented this function and the empirically determined standard deviations. Practically they do not differ from equation (15) found in paragraph 4.4.1. This is also shown by a comparison of the Figures 11a and 11b.

5. Summary

Using the extensive material of the test Oberriet statistically proved information could be derived for photogrammetrically determined distances on the basis of the error trends.

In detail the results demonstrate:

- a minor dependence of the distance errors on the projection enlargement in the restitution instrument,
- a dependence of the distance errors on the photo scale,
- the independence of the distance errors of the distance length, if both of the terminals are situated in different models,
- a dependence of the distance errors on the distance length, if both of the terminals are situated in the same model. For the description of this dependence six different functions have been studied whereby an exponential function of the form

$$\sigma_s = a - b \cdot e^{-cs^2}$$

has proved to be the most favourable one.

The studies have been concluded by comparing the distances extracted from stereoplottings and the theoretical values which were terrestrially determined. The standard deviations of the graphically determined distances mostly depend on the errors of the stereo-model and on the projection factor on the drawing table, i. e. on the relation model scale: plotting scale. However, only a minor dependence of the standard deviations of the graphically determined distances on the distance is seen to exist.

Bibliography

see French version

List of Some Terms Utilized in the Tables and in the Figures

A	à angle normal	normal-angle
C	chambre	camera
D	dans le cliché	in the photo
	dans le modèle	in the model
E	écarts-types des distances	standard deviations of distances
	écarts-types des distances dont les extrémités se trouvent dans le même modèle	standard deviations of distances with terminals in the same model
	écarts-types des distances dont les extrémités se trouvent dans des modèles différents	standard deviations of distances with terminals in different models
	échelle cartographique	map scale
	échelle image	photo scale
	échelle modèle	model scale
F	format du cliché	photo size
G	grand'angulaire	wide-angle
	groupe de distance	distance group
L	longueur de distance	distance length
	longueur de distance en mm sur la carte	distance length in mm in the map
	longueur de distance en cm dans le cliché	distance length in cm in the photo
M	matériel photographique	photo material
	moyenne	mean
N	nombre	number
	nombre des modèles utilisés	number of the utilized models
P	plaque	plate

S	sans	without
	selon	according to
	significatif	significant
	suite	continued
	sur le terrain	in the terrain
T	tous les modèles	all models
	tous les vols	all flights
V	vol	flight

Liste des publications de l'OEEPE

— Etat: Novembre 1975 —

- [1] *L. Solaini; C. Trombetti*: Relation sur les travaux préliminaires de la Commission A (Triangulation aérienne aux petites et aux moyennes échelles) de l'Organisation Européenne d'Etudes Photogrammétriques Expérimentales (O.E.E.P.E.). 1^{ère} Partie: Programme et organisation du travail. — Photogrammetria XII (1955—1956) 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 79—92, 12 fig. (en langue anglaise: pp. 93—99).
- [2] *L. Solaini; P. Belfiore*: Travaux préliminaires de la Commission B de l'Organisation Européenne d'Etudes Photogrammétriques Expérimentales (O.E.E.P.E.) (Triangulations aériennes aux grandes échelles). — Photogrammetria XII (1955—1956) 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 100—110 (en langue anglaise: pp. 111—121).
- [3] *L. Solaini; C. Trombetti; P. Belfiore*: Rapport sur les travaux expérimentaux de triangulation aérienne exécutés par l'Organisation Européenne d'Etudes Photogrammétriques Expérimentales (Commission A et B). — Photogrammetria XII (1955—1956) 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 122—127, 2 tabl. (en langue allemande: pp. 128—134; en langue anglaise: pp. 135—140).
- [4] *G. Lehmann*: Compte rendu des travaux de la Commission C de l'O.E.E.P.E. effectués jusqu'à présent. — Photogrammetria XII (1955—1956) 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 141—148, 2 tabl. (en langue allemande: pp. 149—155; en langue anglaise: pp. 156—163).
- [5] *E. Gotthardt*: O.E.E.P.E. Commission C. Compte-rendu de la restitution à la Technischen Hochschule, Stuttgart, des vols d'essai du groupe I du terrain d'Oberriet. — Photogrammetria XII (1955—1956) 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E. No. I), pp. 163—171 (en langue allemande: pp. 171—179).
- [6] *W. Brucklacher*: Compte-rendu du centre «Zeiss-Aerotopograph» sur les restitutions pour la Commission C de l'O.E.E.P.E. (Restitution de la bande de vol, groupe I, vol No. 5). — Photogrammetria XII (1955—1956) 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 180—181 (en langue allemande: pp. 181—182).
- [7] *R. Förstner*: O.E.E.P.E., Commission C. Rapport sur la restitution effectuée dans l'Institut für Angewandte Geodäsie, Francfort sur le Main. Terrain d'essai d'Oberriet les vols No. 1 et 3 (groupe I). — Photogrammetria XII (1955—1956) 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 183—190, quelques tabl. (en langue allemande: pp. 190—197).
- [8] *I.T.C., Delft*: Commission C, O.E.E.P.E. Déroulement chronologique des observations. — Photogrammetria XII (1955—1956) 3 (Spec. Publ. O.E.E.P.E., No. I), pp. 198—199 (tabl.) (aussi en langue allemande).
- [9] *L. Solaini; C. Trombetti*: Relations sur les travaux préliminaires de la Commission A (Triangulation aérienne aux petites et aux moyennes échelles) de l'Organisation Européenne d'Etudes Photogrammétriques Expérimentales (O.E.E.P.E.). 2^e partie. Prises de vues et points de contrôle. — Photogrammetria XV (1958—1959) 3 (Publ. Spéc. O.E.E.P.E., No. II), pp. 77—95, 12 fig., 3 tabl. (en langue allemande: pp. 96—104; en langue anglaise: pp. 105—113).

- [10] E. Gotthardt: Rapport sur les premiers résultats de l'essai d'«Oberriet» de la Commission C de l'O.E.E.P.E. — Photogrammetria XV (1958—1959) 3 (Publ. Spéc. O.E.E.P.E., No. II), pp. 114—132, 2 fig., quelques tabl. (en langue allemande: pp. 133—140; en langue anglaise: pp. 141—148).
- [11] A. Stickler: Interpretation of the Results of the O.E.E.P.E. Commission C. — Photogrammetria XVI (1959—1960) 1, pp. 8—12, 3 fig., 1 annexe (en langue allemande: pp. 12—16).
- [12] L. Solaini; C. Trombetti: Results of Bridging and Adjustment Works of the Commission A of the O.E.E.P.E. from 1956 to 1959. — Photogrammetria XVI (1959—1960) 4 (Spec. Congr.-No. C), pp. 340—345; 2 tabl.
- [13] N. N.: Report on the Work Carried out by Commission B of the O.E.E.P.E. During the Period of September 1956—August 1960. — Photogrammetria XVI (1959—1960) 4 (Spec. Congr.-No. C), pp. 346—351, 2 tabl.
- [14] R. Förstner: Bericht über die Tätigkeit und Ergebnisse der Kommission C der O.E.E.P.E. (1956—1960). — Photogrammetria XVI (1959—1960) 4 (Spec. Congr.-No. C), pp. 352—357, 1 tabl.
- [15] W. K. Bachmann: Essais sur la précision de la mesure des parallaxes verticales dans les appareils de restitution du 1^{er} ordre. — Photogrammetria XVI (1959—1960) 4 (Spec. Congr.-No. C), pp. 358—360).
- [16] C. Trombetti: Travaux de prises de vues et préparation sur le terrain effectuées dans le 1958 sur le nouveau polygone italien pour la Commission A de l'OEEPE — Florence 1959, 16 pages, 109 tabl.
- [17] P. Wiser: Sur la reproductibilité des erreurs du cheminement aérien. — Bull. Soc. Belge Photogramm., No. 60, Juin 1960, pp. 3—11, 2 fig., 2 tabl.
- [18] C. Trombetti; M. Fondelli: Aérottriangulation analogique solaire. — Firenze 1961, 111 pages, 14 fig., 43 tabl.
- [19] L. Solaini; C. Trombetti: Rapport sur les résultats des travaux d'enchaînement et de compensation exécutés pour la Commission A de l'O.E.E.P.E. jusqu'au mois de Janvier 1960. Tome 1: Tableaux et texte. Tome 2: Atlas. — Photogrammetria XVII (1960—1961) 4 (Publ. Spéc. O.E.E.P.E., No. III), pp. 119—188, 18 tabl., 69 fig. (en langue anglaise: pp. 190—257; en langue allemande: pp. 258—326).
- [20] M. Cunietti: L'erreur de mesure des parallaxes transversales dans les appareils de restitution. — Bull. Trimestr. Soc. Belge Photogramm., No. 66, Décembre 1961, pp. 3—50, 12 fig., 22 tabl.
- [21] E. Gigas: Beitrag zur Geschichte der Europäischen Organisation für photogrammetrische experimentelle Untersuchungen. — Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes. R. V, Nr. 2, OEEPE-Sonderveröff. (Publ. Spéc.) Nr. 1, Frankfurt a. M. 1962, pp. 7—13.
- [22] W. Brucklacher; M. Cunietti; R. Förstner; H. Belzner; K. Schwidetzky; H.-K. Meier: Kurzberichte über die Arbeiten in den Kommissionen A, B, C, E und F. — Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., R. V, Nr. 2, OEEPE-Sonderveröff. (Publ. Spéc.) Nr. 1, Frankfurt a. M. 1962, pp. 22—36.
- [23] H. Belzner: Versuchsfelder für internationale Versuchs- und Forschungsarbeiten. — Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., R. V, Nr. 2, OEEPE-Veröff. (Publ. Spéc.) Nr. 1, Frankfurt a. M. 1962, pp. 37—41.
- [24] K. Rinner: Analytisch-photogrammetrische Triangulation eines Teststreifens der OEEPE. — Österr. Z. Vermess.-wes., OEEPE-Sonderveröff. (Publ. Spéc.) Nr. 1, Wien 1962, 31 pages, 7 fig., 7 tabl.
- [25] C. Trombetti: Activité de la Commission A de l'OEEPE de 1960 à 1964. — OEEPE-Publ. Off. No. 1, Frankfurt a. M. 1964, pp. 7—15, 6 annexes.
- [26] M. Cunietti: Activité de la Commission B de l'OEEPE pendant la période Septembre 1960—Janvier 1964. — OEEPE-Publ. Off. No. 1, Frankfurt a. M. 1964, pp. 17—28, 3 annexes.
- [27] R. Förstner: Rapport sur les travaux et les résultats de la Commission C de l'OEEPE (1960—1964). — OEEPE-Publ. Off. No. 1, Frankfurt a. M. 1964, pp. 29—40, 5 tabl.
- [28] K. Neumaier: Rapport de la Commission E pour Lisbonne. — OEEPE-Publ. Off. No. 1, Frankfurt a. M. 1964, pp. 41—45, 1 tabl.
- [29] A. J. van der Weele: Report of Commission F. — OEEPE-Publ. Off. No. 1, Frankfurt a. M. 1964, pp. 47—50.
- [30] K. Neumaier; H. Kasper: Untersuchungen zur Aerotriangulation von Überweitwinkel-aufnahmen. — Österr. Z. Vermess.-wes., OEEPE-Sonderveröff. Nr. 2, Wien 1965, 4 pages, 4 annexes.
- [31] E. Gotthardt: Erfahrungen mit analytischer Einpassung von Bildstreifen. — Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., R. V, Nr. 12, OEEPE-Sonderveröff. (Publ. Spéc.) Nr. 2, Frankfurt a. M. 1965, 14 pages, 2 fig., 7 tabl.
- [32] K. Neumaier: Essais d'interprétation de «Bedford» et de «Waterbury». Rapport commun établi par les Centres de la Commission E de l'OEEPE ayant participé aux tests. — OEEPE-Publ. Off. No. 2, Frankfurt a. M. 1966, pp. 9—15, 10 annexes (en langue anglaise: pp. 17—23; en langue allemande: Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., R. V, Nr. 13 (OEEPE-Sonderveröff. Nr. 3), Frankfurt a. M. 1966, pp. 5—13).
- [33] K. Neumaier: Essais de restitution «Bloc Suisse». Rapport commun établi par les Centres de la Commission E de l'OEEPE ayant participé aux tests. — OEEPE-Publ. Off. No. 2, Frankfurt a. M. 1966, pp. 25—42, 34 annexes (en langue anglaise: pp. 43—60; en langue allemande: Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., R. V, Nr. 13 (OEEPE-Sonderveröff. Nr. 3), Frankfurt a. M. 1966, pp. 13—30).
- [34] A. Stickler; P. Waldhäusl: Interpretation der vorläufigen Ergebnisse der Versuche der Kommission C der OEEPE aus der Sicht des Zentrums Wien. — Österr. Z. Vermess.-wes., OEEPE-Sonderveröff. (Publ. Spéc.) Nr. 3, Wien 1967, 4 pages, 2 fig., 9 tabl.
- [35] M. Cunietti; G. Inghilleri; M. Puliti; G. Togliatti: Participation aux recherches sur les blocs de bandes pour la cartographie à grande échelle organisées par la Commission B de l'OEEPE. Milano, Centre CASF du Politecnico. — Boll. Geod. e Sc. affini (XXVI) 1, Firenze 1967, 104 pages.
- [36] E. Gotthardt: Die Tätigkeit der Kommission B der OEEPE. — Bildmess. u. Luftbildwes. 36 (1968) 1, pp. 35—37.

- [37] *M. Cuniatti*: Emploi des blocs de bandes pour la cartographie à grande échelle. Résultats des recherches expérimentales organisées par la Commission B de l'OEEPE au cours de la période 1959—1966. — OEEPE-Publ. Off. No. 3, Frankfurt a. M. 1968, pp. 7—86 (en langue anglaise: pp. 87—157).
- [38] *M. Cuniatti*: Résultats des recherches expérimentales organisées par la Commission B de l'OEEPE au cours de la période 1959—1966. Résumé du Rapport final. — Présenté à l'XI^e Congrès International de Photogrammétrie, Lausanne 1968, Comm. III (en langues française et anglaise), 9 pages.
- [39] *R. Förstner*: Résumé du Rapport sur les résultats de l'essai de Reichenbach de la Commission C de l'OEEPE. — Présenté à l'XI^e Congrès International de Photogrammétrie, Lausanne 1968, Comm. IV (en langues française, anglaise et allemande), 28 pages, 2 fig., 2 tabl.
- [40] *K. Schürer*: Die Höhenmeßgenauigkeit einfacher photogrammetrischer Kartiergeräte. Bemerkungen zum Versuch „Schweizer Block“ der Kommission E der OEEPE. — Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Sonderheft: OEEPE-Sonderveröff. Nr. 4, Frankfurt a. M. 1968, 25 pages.
- [41] *R. Förstner*: Sur la précision de la mesure photogrammétrique de coordonnées en terrain montagneux. Rapport sur les résultats de l'essai de Reichenbach de la Commission C de l'OEEPE. — OEEPE-Publ. Off. No. 4, partie I: pp. 1—80, 9 fig. (en langue anglaise: pp. 81—145); partie II: 65 tabl., Frankfurt a. M. 1968. (En langue allemande: Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Sonderheft: OEEPE-Sonderveröff. Nr. 5, Teil I: 74 pages, 9 fig.; Teil II: 65 tabl., Frankfurt a. M. 1969).
- [42] *H. Knorr, etc.*: Die Europäische Organisation für experimentelle photogrammetrische Untersuchungen — OEEPE — in den Jahren 1962—1970. — Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Sonderheft: OEEPE-Sonderveröff. Nr. 6, Frankfurt a. M. 1971, 44 pages, 1 fig., 3 tabl.
- [43] *R. Förstner*: Das Versuchsfeld Reichenbach der OEEPE. — Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Sonderheft: OEEPE-Sonderveröff. Nr. D 7, Frankfurt a. M. 1972, 191 pages, 49 fig., 38 tabl.
- [44] *C. Trombetti*: Les recherches expérimentales exécutées sur de longues bandes par la Commission A de l'OEEPE. — OEEPE-Publ. Off. No. 5, Frankfurt a. M. 1972, 41 pages, 1 fig., 2 tabl.; 36 annexes, 19 tabl.
- [45] *K. Neumaier*: Essai d'interprétation. Rapports des Centres de la Commission E de l'OEEPE. — OEEPE-Publ. Off. No. 6, Frankfurt a. M. 1972, 42 pages, 12 tabl., 5 annexes. (En langue allemande: Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Sonderheft: OEEPE-Sonderveröff. Nr. D 8, Frankfurt a. M. 1972). — (En langue anglaise: An Interpretation Experiment. Presented Paper for Comm. IV, XIIth Congress of ISP, Ottawa 1972).
- [46] *P. Wiser*: Étude expérimentale de l'aérottriangulation semi-analytique. Rapport sur l'essai «Grammastetten». — OEEPE-Publ. Off. No. 7, Frankfurt a. M. 1972, 34 pages, 6 fig., 8 tabl.
- [47] Proceedings of the OEEPE Symposium on Experimental Research on Accuracy of Aerial Triangulation (Results of Oberschwaben Tests). — OEEPE-Publ. Off. No. 8, Frankfurt a. M. 1973, 350 pages, 119 fig., 68 tabl., 1 carte.

- [48] *J. Timmerman*: Proef „OEEPE-Dordrecht“. — ngt 74, Vol. 4, No. 6, Juin 1974, pp. 143—154. (Résumé: Versuch „OEEPE-Dordrecht“. Genauigkeit photogrammetrischer Gebäudevermessung. Vorgelegt auf dem Symposium der Kommission IV der I.G.P., Paris, 24.—26. September 1974).

- [49] *W. Beck*: The Production of Topographical Maps 1 : 10,000 by Photogrammetry (with Statistical Evaluations, Reproductions, Style Sheet, and Specimen Sheets by Landesvermessungsamt Baden-Württemberg, Stuttgart). — OEEPE-Publ. Off. No. 9 (sous presse) — (en langue allemande: Nachr. Kt.- u. Vermess.-wes., Sonderheft: OEEPE-Sonderveröff. Nr. D-9 (sous presse)).

Les numéros, édités à Frankfurt (Main), des publications Nos. [21]—[23], [25]—[29], [31]—[33], [37], [40]—[47] peuvent être achetés à

l'Institut für Angewandte Geodäsie, Bureau des Publications Officielles
6 Frankfurt (Main)-70, Richard-Strauß-Allee 11